Chap.2 - Dipôles linéaires

1. Généralités sur les dipôles

- 1.1. Les différents types de dipôles
- 1.2. La caractéristique courant-tension (ou tension-courant) d'un dipôle
- 1.3. Point de fonctionnement du dipôle
- 1.4. Notion de dipôle équivalent

2. Résistor de résistance R

- 2.1. Relation courant-tension et symbole du dipôle
- 2.2. Association de résistances Résistance équivalente
- 2.3. Puissance reçue par un résistor Effet Joule

3. Bobine d'inductance L

- 3.1. Relation courant-tension et symbole du dipôle
- 3.2. Puissance échangée et énergie emmagasinée par une bobine
- 3.3. Associations de bobines Inductance équivalente

4. Condensateur de capacité C

- 4.1. Relation courant-tension et symbole du dipôle
- 4.2. Puissance échangée et énergie emmagasinée par un condensateur
- 4.3. Associations de condensateurs Capacité équivalente

5. Sources de tension, sources de courant - Modèles de Thévenin et Norton

- 5.1. Sources idéales
- 5.2. Modèle de Thévenin
- 5.3. Modèle de Norton
- 5.4. Equivalence Thévenin-Norton
- 5.5. Puissance fournie par un générateur
- 5.6. Associations de générateurs
- 5.7. Complément : modélisation d'une diode

6. Des outils efficaces pour l'étude des circuits électriques

- 6.1. Pont diviseur de tension Pont diviseur de courant
- 6.2. Utilisation de l'équivalence Thévenin-Norton
- 6.3. Loi des nœuds en terme de potentiels Théorème de Millman (sera vu plus tard)

Intro:

Dans le chapitre précédent, on s'est intéressé aux définitions et lois fondamentales de l'électrocinétique. On étudie à présent les dipôles fondamentaux qui composent les circuits électriques. On définit ce qu'est un dipôle *linéaire* et on donne les propriétés des dipôles *passifs* et *actifs* courants. Pour étudier efficacement les circuits électriques, on introduit un certain nombre d'outils mathématiques, plus performants que l'application directe des lois de Kirchhoff.

1. Généralités sur les dipôles

1.1. Les différents types de dipôles

Dipôles linéaires

Un dipôle est *linéaire* si la tension *U* à ses bornes et l'intensité *I* qui le traverse sont liées par une équation différentielle linéaire à coefficients constants (ex : R, L, C). La diode est un exemple de dipôle non linéaire.

Dipôles actifs / passifs

Un dipôle *actif* échange de l'énergie avec le circuit *et* reçoit de l'énergie depuis une source extérieure au circuit (Ex : une alimentation stabilisée (ou un GBF) est branchée sur le secteur EDF). Un dipôle *passif* n'échange de l'énergie qu'avec le circuit.

Dipôle symétrique

Un dipôle est *symétrique* si son comportement reste inchangé lorsque l'on « retourne » le dipôle (Ex : R, L, C sont symétriques ; un GBF, une diode ne sont pas symétriques). Mathématiquement, la relation courant-tension qui caractérise le dipôle reste inchangée en changeant U et I en -U et -I.

1.2. La caractéristique courant-tension (ou tension-courant) d'un dipôle

Un dipôle est caractérisé par la relation entre le courant I qui le traverse et la tension U à ses bornes. On peut considérer que l'on sait tout du dipôle lorsque l'on connaît cette relation.

Dans les cas les plus simples, il peut être utile de pouvoir représenter cette relation graphiquement.

La courbe I(U) est appelée la caractéristique courant-tension du dipôle. La courbe U(I) est la caractéristique tension-courant du dipôle. Ces deux courbes étant symétriques par permutation des axes, on parle souvent de la caractéristique du dipôle, sans plus de précision. La caractéristique d'un dipôle symétrique est symétrique par rapport à l'origine du graphe.

En régime continu, la caractéristique est qualifiée de « *statique* ». En régime variable, elle est qualifiée de « dynamique » (on ne l'utilisera pas). Les caractéristiques statique et dynamique peuvent ou non être identiques.

 $\underline{Attention}$: I et U étant des grandeurs algébriques, la représentation graphique dépend de la convention d'orientation choisie pour les deux grandeurs. Il faut donc toujours préciser cette convention !

1.3. Point de fonctionnement du dipôle

Inséré dans un circuit, en régime continu, le dipôle D est traversé par un courant I_0 avec une tension U_0 à ses bornes. Le point de coordonnées (U_0, I_0) représentatif de cet état sur la caractéristique du dipôle s'appelle *le point de fonctionnement* du dipôle.

Le reste du circuit est aussi un dipôle D'; si l'on superpose les caractéristiques de D et D' sur le même graphe, elles se coupent en un point. Cette méthode permet de déterminer graphiquement le point de fonctionnement des deux dipôles.

1.4. Notion de dipôle équivalent

On sera souvent amené à *modéliser* un ensemble de dipôles situés entre deux points d'un circuit par un *dipôle équivalent* situé entre ces deux mêmes points (Ex : résistance équivalente à une association de résistances).

Par définition, la *relation courant-tension* aux bornes du *dipôle équivalent* doit être *identique* à celle *de la portion de circuit que l'on modélise*.

2. Résistor de résistance R

2.1. Relation courant-tension et symbole du dipôle

Un résistor est un dipôle vérifiant la loi d'Ohm:

$$U = RI$$
 en convention récepteur $U = -RI$ en convention générateur

La résistance R est le coefficient de proportionnalité entre tension et courant, et s'exprime en ohms (Ω) . On peut aussi définir la *conductance*, notée G, grandeur inverse de la résistance qui s'exprime en siemens (S), équivalent à Ω^{-1} . La caractéristique d'un résistor est une droite passant par l'origine, de pente R pour U(I).

Un résistor est-il un dipôle linéaire ? actif ou passif ? symétrique ?

2.2. Association de résistances - Résistance équivalente

- Association en série
 - Par définition, plusieurs dipôles associés en **série** <u>sont traversés par le même courant</u>. La résistance équivalente est alors égale à la somme des résistances en série.
- Association en parallèle
 - Par définition, plusieurs dipôles associés en **parallèle** <u>ont la même tension à leurs bornes</u>. L'inverse de la résistance équivalente est alors égal à la somme des inverses des résistances en parallèle.
- Etablir l'expression de la résistance équivalente pour ces deux types d'association

2.3. Puissance reçue par un résistor - Effet Joule

Pour établir l'expression de la puissance reçue par un résistor, on choisit de se placer en convention récepteur. La puissance reçue est alors égale à :

$$P = RI^2 = \frac{U^2}{R}$$

Quelque soient les signes de U et I, la puissance reçue est toujours positive : un résistor reçoit toujours de l'énergie électrique du reste du circuit. Un résistor ne fournit jamais d'énergie électrique.

On verra dans le cours de Thermodynamique que l'énergie - sous toutes ses formes - ne se crée pas ni ne disparaît, elle ne peut être qu'échangée ou emmagasinée. Dans le cas du résistor, l'énergie électrique reçue est intégralement convertie sous forme d'énergie « thermique » (dont on précisera la nature cette année). On dit aussi qu'elle est dissipée sous forme de chaleur : c'est *l'effet Joule*.

➤ Connaissez-vous des exemples d'applications de l'effet Joule ?

3. Bobine d'inductance L

3.1. Relation courant-tension et symbole du dipôle

Une bobine est un enroulement de spires conductrices. Lorsqu'une bobine est parcourue par un courant, un champ magnétique apparaît. Cette propriété, étudiée en deuxième année, est à l'origine de la relation courant-tension aux bornes d'une bobine :

$$U=Lrac{dI}{dt}$$
 en convention *récepteur*
$$U=-Lrac{dI}{dt} \ \ ext{en convention } g\acute{e}n\acute{e}rateur$$

L'inductance L s'exprime en henry (H). Cette expression caractérise une bobine idéale. En réalité, l'enroulement de fils possède une résistance de qq Ω que l'on ne pourra pas toujours négliger en TP. On parle de « résistance interne ». On modélise alors une bobine réelle par l'association série d'une bobine idéale et d'une résistance.

Une bobine (idéale) est-elle un dipôle linéaire ? actif ou passif ? symétrique ?

En **régime continu**, une bobine est *équivalente à un fil*, la tension à ses bornes étant nulle quelque soit le courant qui la traverse.

3.2. Puissance échangée et énergie emmagasinée par une bobine

Pour établir l'expression de la puissance reçue par une bobine, on choisit de se placer en convention récepteur. La puissance reçue est alors égale à :

$$P = LI \frac{dI}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} LI^2 \right)$$

Contrairement au cas du résistor, la puissance reçue peut être positive ou négative. La bobine peut recevoir ou fournir de l'énergie électrique.

Le terme $\frac{1}{2}LI^2$ est homogène à une énergie. Il peut être interprété comme *l'énergie emmagasinée* par la bobine.

Lorsque la puissance est effectivement reçue par la bobine (P>0), l'énergie emmagasinée augmente. Lorsque la puissance est effectivement fournie par la bobine (P<0), l'énergie emmagasinée diminue. Vous verrez en deuxième année que l'énergie stockée par la bobine est d'origine magnétique.

L'expérience montre que la puissance échangée par un système *ne peut être infinie*. Cela s'applique au cas de la bobine, avec pour corollaire :

l'intensité du courant qui traverse une bobine est une fonction continue du temps

3.3. Associations de bobines - Inductance équivalente

- Association en série
 L'inductance équivalente est égale à la somme des inductances en série.
- Association en parallèle.
 L'inverse de l'inductance équivalente est égal à la somme des inverses des inductances en parallèle.
- Etablir l'expression de l'inductance équivalente pour ces deux types d'association

4. Condensateur de capacité C

4.1. Relation courant-tension et symbole du dipôle

Les condensateurs sont des composants constitués de :

- deux conducteurs qui se font face, ce sont les « armatures »
- un isolant, le « diélectrique », situé entre les deux armatures

Il existe plusieurs types de condensateur, de géométrie différente : plan, cylindrique...

Expérimentalement, lorsqu'une tension U est appliquée aux bornes d'un condensateur, on observe que les armatures s'électrisent : elles acquièrent respectivement une charge +q et une charge -q. Cette charge est proportionnelle à la tension appliquée :

$$q = CU$$
 en convention récepteur $q = -CU$ en convention générateur

La *capacité C* représente la capacité du condensateur à emmagasiner de la charge sous une tension donnée. Elle dépend de la géométrie du condensateur et de la nature du diélectrique. Elle s'exprime en farads (F).

On utilisera beaucoup plus fréquemment la relation courant-tension aux bornes du condensateur :

$$I = C \frac{dU}{dt}$$
 en convention récepteur
$$I = -C \frac{dU}{dt}$$
 en convention générateur

Remarques:

- En **régime continu**, un condensateur est **équivalent à un interrupteur ouvert**, le courant le traversant étant nul quelque soit la tension à ses bornes
- Le diélectrique d'un condensateur réel n'est jamais parfaitement isolant, et un très faible courant le traverse : on parle de *courant de fuite*. S'il n'est pas négligeable, on peut modéliser un *condensateur réel* par un condensateur idéal en parallèle avec une résistance de l'ordre de qq $M\Omega$
- Le condensateur (idéal) est-il un dipôle linéaire ? actif ou passif ? symétrique ?

4.2. Puissance échangée et énergie emmagasinée par un condensateur

Pour établir l'expression de la puissance reçue par un condensateur, on choisit de se placer en convention récepteur. La puissance reçue est alors égale à :

$$P = CU \frac{dU}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} CU^2 \right)$$

La puissance reçue peut être positive ou négative. Le condensateur peut recevoir ou fournir de l'énergie électrique. Le terme $\frac{1}{2}CU^2$ est homogène à une énergie. Il peut être interprété comme *l'énergie emmagasinée* par le condensateur.

Lorsque la puissance est effectivement reçue par le condensateur (P > 0), l'énergie emmagasinée augmente. Lorsque la puissance est effectivement fournie par le condensateur (P < 0), l'énergie emmagasinée diminue. Vous verrez en deuxième année que l'énergie stockée par le condensateur est d'origine électrostatique.

Parce que la puissance échangée est nécessairement finie, la tension aux bornes d'un condensateur est toujours une fonction continue du temps (de même pour la charge des armatures).

4.3. Associations de condensateurs - Capacité équivalente

- Association en série
 L'inverse de la capacité équivalente est égal à la somme des inverses des capacités en série
- Association en parallèle
 La capacité équivalente est égale à la somme des capacités en parallèle.
- Etablir l'expression de la capacité équivalente pour ces deux types d'association

5. Sources de tension, sources de courant - Modèles de Thévenin et Norton

Après avoir présenté les trois dipôles passifs les plus courants, on étudie à présent les dipôles actifs fondamentaux que sont les sources de tension et les sources de courant.

5.1. Sources idéales

Source idéale de tension

Une source de tension est un dispositif *idéal* qui impose une *tension constante* à ses bornes, *quelque soit* l'intensité qui le traverse. La tension *E* qui le caractérise est parfois appelée *force électromotrice* (*f.é.m.*).

Source idéale de courant

Une source de courant est un dispositif $id\acute{e}al$ qui impose une intensité au courant qui le traverse, quelque soit la tension à ses bornes. L'intensité I_0 qui le caractérise est parfois appelée courant électromoteur $(c.\acute{e}.m.)$.

5.2. Modèle de Thévenin

On verra en TP que les générateurs dont on dispose présentent une relation courant-tension affine : leur caractéristique est une droite affine. Concrètement, la tension aux bornes du générateur diminue quand le courant délivré au circuit augmente. On peut formuler cela mathématiquement sous la forme :

$$U = E - rI$$
 en convention *générateur*

On peut donc modéliser ce dipôle par l'association en série d'une source idéale de tension E et d'une résistance r: c'est **le modèle de Thévenin**. On appelle E la tension à vide (ou f.e.m.) du générateur, et r la résistance interne du générateur.

Entre les deux bornes du générateur, on peut permuter les positions de la source et de la résistance, cela ne change rien au modèle de Thévenin.

5.3. Modèle de Norton

On peut écrire la relation courant-tension du dipôle d'une autre façon, mathématiquement équivalente :

$$I = \frac{E}{r} - \frac{U}{r}$$
 en convention générateur

En notant $I_0 = \frac{E}{r}$, cela suggère une autre modélisation du dipôle, par l'association en parallèle d'une source idéale de courant I_0 et d'une résistance r: c'est **le modèle de Norton**. On appelle I_0 le courant de court-circuit (ou c.e.m.) du générateur, et r la résistance interne du générateur.

Entre les deux bornes du générateur, on peut permuter les positions de la source et de la résistance, cela ne change rien au modèle de Norton.

5.4. Equivalence Thévenin-Norton

Les deux modélisations sont évidemment équivalentes puisqu'elles correspondent à la même relation entre tension U et courant I.

Passage de Thévenin à Norton	Passage de Norton à Thévenin
Résistance interne <i>r</i>	Résistance interne <i>r</i>
Courant de court-circuit $I_0 = \frac{E}{r}$	Tension à vide $E = rI_0$
$I = I_0 - U/r$	U = E - rI

Sur un schéma de circuit, l'utilisation de cette équivalence permet parfois de simplifier le circuit.

Exercice 5 du TD2

5.5. Puissance fournie par un générateur

En convention générateur, la puissance fournie par un générateur s'écrit :

$$P = EI + \left(-rI^2\right)$$

Le premier terme est positif et correspond à la puissance fournie par la source idéale de tension, le second est négatif et correspond donc à la puissance effectivement reçue par la résistance et dissipée par effet Joule.

5.6. Associations de générateurs

Rien n'est à retenir par cœur, mais les résultats doivent pouvoir être retrouvés rapidement.

- Association série ou parallèle de sources idéales
- Association série / parallèle de générateurs de Thévenin / Norton

5.7. Complément : modélisation d'une diode

Les modèles de Thévenin et Norton permettent de modéliser un dipôle quelconque dont la caractéristique est une droite. Si la caractéristique n'est assimilable à une droite que *localement*, alors la modélisation n'est valable que *localement* (exemple d'une diode).

Exercice 12 du TD2

6. Des outils efficaces pour l'étude des circuits électriques

L'utilisation des lois de Kirchhoff permet toujours de déterminer le courant et la tension aux bornes d'un dipôle inséré dans un circuit, à partir des grandeurs caractéristiques du circuit. Mais le recours explicite aux lois de Kirchhoff devient vite fastidieux, car les calculs sont longs et complexes dès que le nombre de mailles et de nœuds augmente. C'est pourquoi on utilisera explicitement les lois de Kirchhoff *en dernier recours uniquement*.

6.1. Pont diviseur de tension - Pont diviseur de courant

Ces structures se rencontrent fréquemment dans les circuits. Il est *impératif* de savoir les reconnaître au premier coup d'œil, en évitant les pièges. Comme toujours, il est indispensable de prendre garde à l'orientation conventionnelle des courants et tensions dans le circuit.

6.2. <u>Utilisation de l'équivalence Thévenin-Norton</u>

Le passage d'une modélisation à l'autre est un outil puissant pour l'étude des circuits. On cherchera typiquement à modéliser une portion de circuit par un générateur équivalent (Thévenin ou Norton).

6.3. Loi des nœuds en terme de potentiels - Théorème de Millman (sera vu plus tard)

L'utilisation de la « loi des nœuds en terme de potentiels » nécessite d'avoir bien compris la notion de potentiel. Elle permet de calculer le potentiel d'un nœud du réseau. Avant de l'utiliser, il est nécessaire de définir la masse du circuit.

Le théorème de Millman est une version particulière de la loi des nœuds en terme de potentiels, applicable lorsque le nœud étudié n'est entouré que de résistances.

Notions clefs

Savoirs:

- > Toutes les définitions
- Relation entre *U* et *I* pour les dipôles passifs et actifs (*dépend de la convention d'orientation de* U *et* I)
- Dipôles équivalents de L et C en régime continu
- Continuité de la tension aux bornes de C
- Continuité du courant traversant une bobine
- Modèles de Thévenin et Norton (relation U-I, et dessin associé)

Savoirs faire:

- > Trouver le dipôle équivalent à une association de dipôles
- Etablir l'expression de l'énergie emmagasinée (pour Let C)
- ➤ Utiliser l'équivalence Thévenin / Norton pour simplifier un circuit (savoir redémontrer cette équivalence)
- > Utiliser les ponts diviseur pour déterminer une grandeur électrique dans un circuit