Exercices – Révisions Statique des fluides

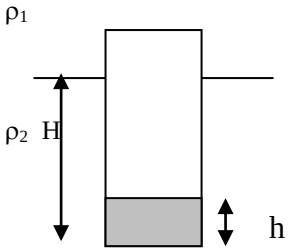
1. Forces de pression sur un barrage :

On s'intéresse à un barrage constitué d'un mur droit vertical. La hauteur d'eau est $h = 5\ m$. La largeur de la retenue d'eau est $\ell = 4\ m$. Calculer la force exercée par l'eau sur le barrage sachant que la pression atmosphérique est $P_0 = 1\ bar$.

2. Mini résolution de PB

Le roi Hiéron souhaite vérifier que sa couronne est bien en or pur. Comment peut-il procéder, sans détériorer la couronne ? Estimer un ordre de grandeur des paramètres physiques que vous vous proposez de mesurer, ainsi qu'un ordre de grandeur de l'incertitude. *Masse volumique de l'or : 19,3 10^3 kg.m^{-3}.*

3. Equilibre d'un godet :



Un godet en verre à parois minces de masse m (sa masse est toute concentrée dans le fond en verre du godet, en gris sur le dessin) flotte verticalement à la surface de séparation de deux liquides de masses volumiques ρ_1 et ρ_2. Déterminer la profondeur d'immersion H du godet si le fond du godet a une épaisseur h et une section S, et si le godet est rempli d'un liquide de masse volumique ρ_1.

Réponse : $H = (m - \rho_1 hS) / (\rho_2 - \rho_1)S$

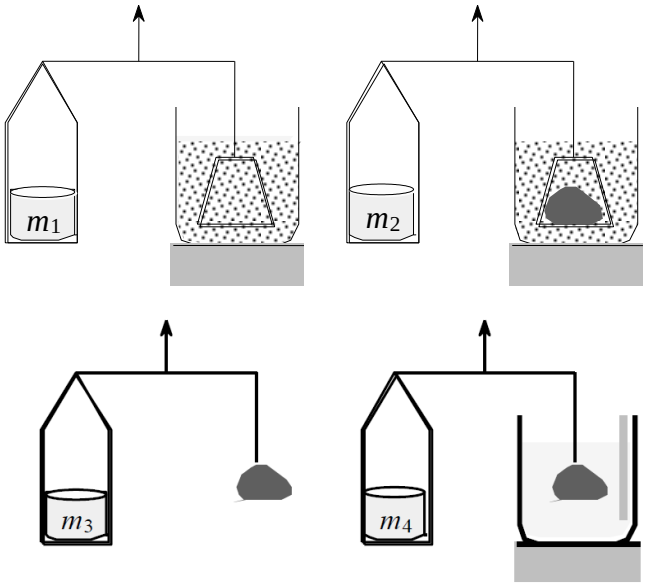
4. Bulle d'air :

Une bulle d'air de rayon R = 1 mm, s'élève du fond d'un lac profond de 20,4 m. La température du fond est 7°C, la température de surface est 27°C. Quel est le rayon de la bulle lorsqu'elle atteint la surface.

($P_{surface}$ = 1 bar , ρ_{eau} = 1000 kg.m^{-3}) Réponse : $R_{surface}$ = 1,086 mm

5. Mesure de la porosité (Mines-Ponts 2005) :

Un échantillon de roche-réservoir de pétrole, de volume total V_T, est constitué d'un volume solide V_S et d'un volume de pores V_P. On appelle porosité, et l'on note ϕ, le rapport $\phi = \frac{V_P}{V_T}$ .Pour mesurer la porosité d'un échantillon, on peut procéder par mesures de poussées d'Archimède sur des corps immergés dans divers liquides.



a) Mesure du volume total V_T

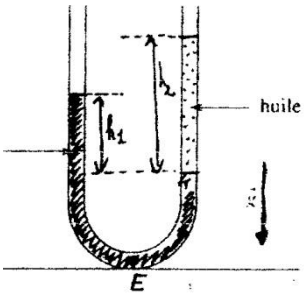
L'appareil représenté ci-contre mesure la poussée d'Archimède exercée par le mercure, de masse volumique μ_{Hg}, sur l'échantillon immergé. Les deux bras de la balance ont la même longueur. Cet échantillon est disposé sur une nacelle, qui subit elle-même la poussée d'Archimède. La mesure procède en deux temps. Dans un premier temps, on équilibre la balance avec la nacelle seule ; dans un second temps, on équilibre la balance avec la nacelle chargée par l'échantillon. On suppose que le mercure ne pénètre pas dans les pores et l'on ne tient pas compte de la variation du niveau du mercure entre les deux manipulations.

Expliciter la notion de poussée d'Archimède. Exprimer V_T en fonction de m_1, m_2, de la masse de l'échantillon m, et de μ_{Hg}.

b) Mesure de $V_S = V_T - V_P$

La balance est équilibrée, d'abord avec l'échantillon suspendu dans l'air, ensuite avec l'échantillon immergé dans un liquide solvant de masse volumique μ_{sol}, qui envahit tous ses pores. Exprimer V_S en fonction de m_3, m_4 et de μ_{sol} . En déduire la porosité de l'échantillon.

Exercice 6 : Dénivellation dans un tube en U

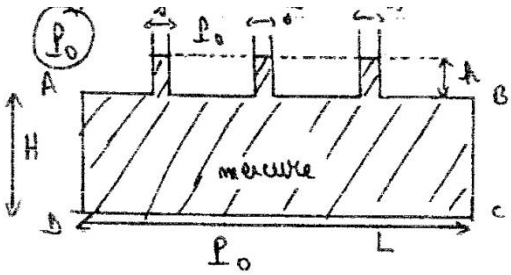


On considère un tube en U contenant initialement de l'eau.

1. On verse alors un peu d'huile dans une des branches du tube en U. Expliquer pourquoi à l'équilibre mécanique l'huile se situe au-dessus de l'eau.

2. Exprimer le rapport h_1/h_2 entre les altitudes des deux surfaces libres (i.e. à l'air libre) en fonction des masses volumiques de l'eau et de l'huile.

Exercice 7 : Résultante des forces de pression (calcul intégral)



ABCD est un récipient parallélépipédique rectangle, de largeur ℓ rempli avec du mercure. Ce récipient est ouvert sur l'atmosphère (pression P_0) par l'intermédiaire de trois tubes de section s.
Données : masse volumique de Hg 13,6 g.cm^{-3}

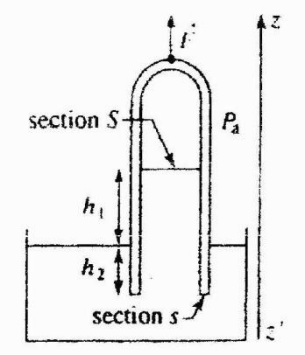
1. Déterminer la résultante des forces de pression exercées par le mercure sur le fond du récipient.

2. Déterminer la résultante des forces de pression exercées par le mercure sur la paroi rectangulaire AD.

Exercice 8 : Verre d'eau et feuille de papier

On remplit complètement d'eau un verre cylindrique de hauteur $h = 10\ cm$ et de rayon $r = 3\ cm$. On pose sur ce verre une feuille de papier, puis on retourne l'ensemble : on constate que la feuille reste « collée » au verre, et que l'eau ne se renverse pas. Expliquer qualitativement cette observation.

Exercice 11 : Intérêt du Théorème d'Archimède



Avec quelle force $\vec{F}$ faut-il tirer sur l'éprouvette (masse m) pour la maintenir immobile ?
NB : la section notée « petit s » représente la surface formée par une section du tube.
La section notée « grand S » représente la surface occupée par l'eau à l'intérieur du tube.

1. Effectuer le calcul en utilisant le théorème d'Archimède.

2. Même question, mais en calculant directement la résultante des forces de pression exercées sur l'éprouvette. Conclure quant à l'utilité du Th. d'Archimède.

Exercice 12 : Ballon sonde

Un ballon sonde est constitué d'une enveloppe déformable souple, fermée, renfermant une masse constante d'hélium assimilé à un gaz parfait, de masse molaire $M = 4\ g.mol^{-1}$. Une « nacelle » est suspendue au ballon, pour y déposer le matériel nécessaire au vol. La masse de la nacelle et du matériel qu'elle contient est m', celle de l'enveloppe est négligeable (pas celle de l'hélium !). On assimilera l'air à un gaz parfait.

Le volume initial de l'enveloppe au niveau du sol est $V_0 = 100\ m^3$, celui de la nacelle est négligeable. Au niveau du sol, la pression atmosphérique est $P_0 = 10^5\ Pa$, la température de l'atmosphère est uniforme : $T_0 = 280\ K$.

1. Calculer la valeur maximale m'_{max} de la masse de la nacelle pour que le ballon puisse décoller. Quelle serait l'accélération du dispositif au décollage si $m' = 10\ kg$? (souvenez-vous que la relation de la statique des fluide est une simple RFD au repos)
2. Le volume du ballon ne peut pas dépasser une valeur notée $V_1 = 3V_0$: une fois ce volume atteint, le ballon éclate. Montrer que cela implique l'existence d'une altitude maximale $h_{\max}$ pour le ballon sonde.

Extrait CCINP PC phys 2021 : formation d'une bulle de savon
- s'approprier un énoncé pour aborder une notion hors programme : la tension superficielle

Des observations courantes montrent que la surface d'un liquide présente une certaine élasticité qui tend à s'opposer à sa déformation. De façon générale, une interface entre deux phases représente un coût en énergie que l'interface cherche à minimiser en réduisant sa surface. C'est pourquoi, par exemple, une bulle d'eau savonneuse adopte une forme sphérique. Cette énergie de surface est caractérisée par le coefficient de tension superficielle γ de l'interface, grandeur homogène à une énergie surfacique et usuellement exprimée en $\mathrm{N \cdot m^{-1}}$.
Grâce à ces effets de surface, une goutte d'eau au contact d'une surface plane peut y rester accrochée. C'est notamment le cas des gouttes de pluie sur une vitre ou un pare-brise. Mais certaines surfaces sont connues pour laisser glisser très facilement l'eau de pluie. L'exemple le plus connu est celui des feuilles de lotus.

III.1 - Mesure d'une tension superficielle

À l'intérieur de toute bulle, le coefficient de tension superficielle γ de l'interface entre le liquide et le gaz est à l'origine d'une surpression ΔP donnée par la loi de Laplace : $\Delta P = \dfrac{4\gamma}{R}$ où R est le rayon de la bulle. La mesure de la surpression dans une bulle peut être mise à profit pour déterminer la tension superficielle de l'interface entre l'eau savonneuse et l'air, comme cela a été proposé par F. et P.S. Behroozi en 2011 dans l'American Journal of Physics. Leur dispositif est constitué d'un mini compte-gouttes en verre vertical (G), relié d'un côté à un tuyau flexible (T) rempli en partie par un bouchon d'eau mobile (B) et de l'autre côté à un manomètre à eau (**figure 5 (a)**).

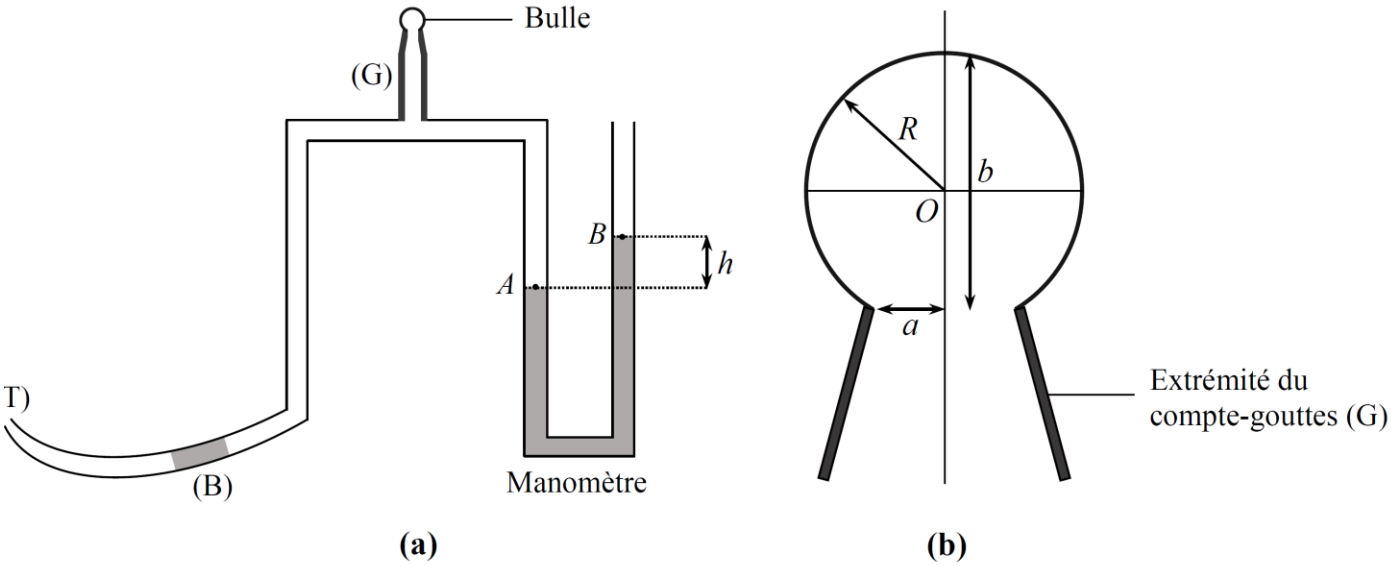


Figure 5 - (a) Dispositif expérimental pour générer une bulle et mesurer sa surpression
(b) Extrémité du compte-gouttes (G) et caractéristiques géométriques de la bulle

L'expérience consiste à couvrir l'extrémité du compte-gouttes d'un film d'eau savonneuse, la dénivellation h du manomètre étant nulle, puis à déplacer doucement le bouchon d'eau en élevant ou en abaissant l'extrémité du tuyau flexible de façon à générer une bulle de taille millimétrique.

Une fois la bulle formée, on bouche l'extrémité du tuyau flexible de façon à maintenir constante la surpression ΔP dans la bulle. On mesure alors la dénivellation h dans le manomètre à eau et, à l'aide d'une caméra, la hauteur b de la bulle assimilée à une portion de sphère (**figure 5 (b)**).

Q22. Exprimer le rayon R de la bulle en fonction du rayon d'ouverture a du compte-gouttes et de la hauteur b de la bulle.

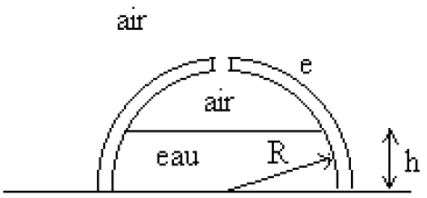
Q23. Relier la surpression ΔP dans la bulle à la dénivellation h dans le manomètre à eau, de masse volumique ρ_e.

Q24. En déduire l'expression du coefficient de tension superficielle γ de l'interface entre l'eau savonneuse et l'air en fonction de h, a, b, ρ_e et de l'intensité de la pesanteur g. Calculer γ pour $b = 2a = 2{,}0$ mm et $h = 9{,}0$ mm. Comparer au coefficient de tension superficielle γ_e de l'interface eau/air, égal à $0{,}073\ \mathrm{N \cdot m^{-1}}$ à 20 °C et proposer une explication.

<u>ResPB 13 : cloche soulevée par les eaux</u>

Calculs d'intégration en coordonnées sphériques, avec un peu de trigo

Une cloche hémisphèrique (rayon R, épaisseur $e << R$, masse m) repose sur un plan horizontal. Elle contient de l'eau jusqu'à une hauteur h. Un orifice pratiqué au sommet permet de maintenir la pression atmosphèrique à l'interface eau/air.
L'épaisseur de paroi e est suffisamment faible pour considérer comme identiques les surfaces intérieure et extérieure de la cloche.



Montrer qu'il existe une hauteur critique h_c de h au delà de laquelle l'équilibre est rompu (la cloche se soulève)

Application numérique : cloche en verre de densité $d = 2{,}5$ telle que $e/R = 0{,}02$