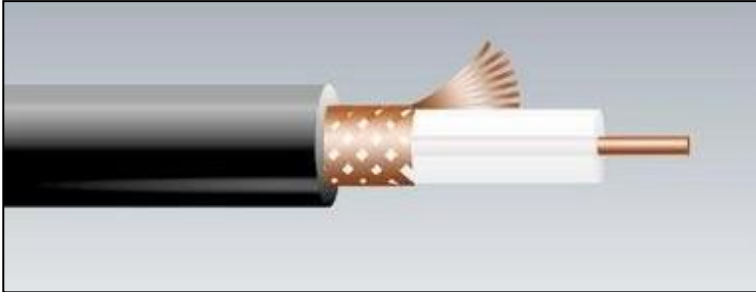


TP n°21 – Propagation d'OEM dans un câble coaxial

1. Éléments théoriques

1.1. Présentation du câble coaxial



La figure de gauche ci-dessus représente un câble coaxial, constitué (depuis l'extérieur vers l'intérieur) :

- d'une gaine extérieure isolante
- d'une gaine conductrice tressée : *la borne (-)*
- d'un isolant
- d'une âme centrale conductrice : *la borne (+)*

NB : Chaque extrémité du câble est munie de connecteurs BNC, permettant de brancher ce câble à d'autres câbles ou d'autres appareils (cf. photo de droite)

On va étudier un câble coaxial de longueur $L = 100 \text{ m}$, jusqu'à des fréquences de l'ordre de 1 MHz

❖ Montrer que l'ARQS n'est pas valide compte-tenu de ces ordres de grandeur

C'est la raison pour laquelle on va pouvoir étudier la propagation des ondes électromagnétiques dans le câble.

L'étude théorique de la propagation des ondes nécessite d'utiliser les lois de Kirchhoff, il faut donc se placer à une échelle où l'ARQS est vérifiée : une tranche élémentaire de câble.

1.2. Modélisation (la plus simple) d'une tranche élémentaire de câble

Le câble est modélisé par une **répartition continue et homogène** de ses propriétés électriques. Ci-dessus, le schéma représente une tranche élémentaire dz de câble :

- le fil du bas représente la gaine conductrice extérieure (borne -)
- le fil du haut représente l'âme centrale conductrice (borne +)
- les deux portions élémentaires de ces conducteurs forment un condensateur cylindrique
- l'existence du phénomène d'induction propre nécessite d'introduire l'inductance propre de la tranche
- pas de résistance car le modèle néglige les pertes énergétiques

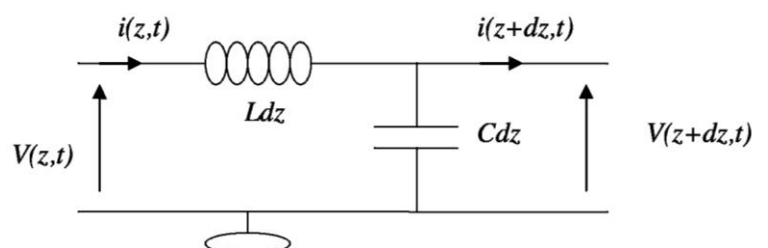
On étudie les champs de tension et de courant le long du câble : $u(z, t)$ et $i(z, t)$.

NB : On choisit par la suite de noter la tension $u(z, t)$ plutôt que « $V(z, t)$ » comme sur le dessin.

Attention : L et C sont ici des grandeurs linéiques

- L est en $\text{H} \cdot \text{m}^{-1}$

- C est en $\text{F} \cdot \text{m}^{-1}$



1.3. Propagation des ondes : célérité, vitesse de phase, vitesse de groupe

L'étude d'une tranche de câble permet d'établir l'équation aux dérivées partielles vérifiée par $u(z, t)$ et $i(z, t)$, appelée « équation d'onde ». Dans le modèle simple donné au 1.2, on montre que cette équation d'onde est l'équation de d'Alembert :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

où $c = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ est la célérité.

❖ Vérifier que l'expression de la célérité est bien homogène à une vitesse

En physique des ondes, il existe plusieurs grandeurs homogènes à une vitesse :

- **la célérité** : c'est un paramètre qui apparaît dans certaines équations d'onde, telle celle de d'Alembert
- **la vitesse de phase** : c'est la vitesse des ondes harmoniques
- **la vitesse de groupe** : c'est la vitesse d'un « paquet » d'ondes harmoniques (~ un train d'onde en optique)

Dans le cas d'ondes régies par l'équation de d'Alembert, ces trois vitesses sont égales.

Mais en général :

- la célérité n'est pas définie
- la vitesse de phase dépend de la fréquence (temporelle), on dit que le milieu est *dispersif*
- la vitesse de groupe peut ne pas représenter la vitesse d'un paquet d'onde (si milieu trop dispersif ou absorbant)
- il peut exister des phénomènes d'atténuation, liés à des phénomènes dissipatifs (ou des effets géométriques)

Il est possible de modéliser une tranche de câble de manière plus fine, en prenant notamment en compte la résistance linéique du câble. Alors :

- l'équation d'onde n'est plus celle de d'Alembert
- le câble apparaît comme un milieu dispersif et absorbant

Dans ce TP, notre modèle de base sera le plus simple, celui donné au 2.1.

On tentera toutefois de repérer les écarts expérimentaux à ce modèle simple :

- en repérant une éventuelle atténuation de l'onde au cours de sa propagation
- en repérant une éventuelle dépendance de la vitesse de phase avec la fréquence temporelle
- en repérant un éventuel étalement temporel d'une onde impulsionnelle (modélisant ~ un paquet d'onde)

1.4. Impédance du milieu de propagation

En physique des ondes, à notre niveau, on peut toujours repérer la propagation conjointe de deux grandeurs physiques couplées :

- dans le cas de la corde vibrante : la vitesse verticale d'un brin et la projection verticale de la force de tension
- dans le cas du câble coaxial, la tension et le courant
- dans le cas des ondes sonores dans les fluides, la vitesse du fluide et la pression
- dans le cas des ondes électromagnétiques, le champ électrique et le champ magnétique (l'excitation H plutôt..)

Lors de l'étude d'équations d'onde linéaires, on se focalise sur les solutions harmoniques, on introduit la notation complexe et on étudie le rapport des deux grandeurs complexes couplées : cela définit **l'impédance complexe du milieu**. Attention, selon le type d'ondes étudiées, l'impédance n'est pas en ohms.

Dans le cas du câble, cette définition recoupe celle du cours d'électronique de PCSI : $Z_c \stackrel{\text{def}}{=} \frac{u(z,t)}{i(z,t)}$.

Le modèle simple de câble donne une impédance réelle $Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}}$.

1.5. Réflexion de l'onde à une extrémité du câble

Une vidéo pour visualiser le phénomène de réflexion d'une onde progressive à l'extrémité du milieu de propagation : <https://www.youtube.com/watch?v=u92IPzmZ6w>

Toute onde qui rencontre une modification du milieu de propagation est en partie réfléchi et en partie transmise. Dans le cas du câble coaxial, lorsque l'onde atteint une extrémité du câble, elle est en général partiellement réfléchi et partiellement transmise.

En tout point du câble, l'onde observable est toujours la somme de l'onde incidente et de l'onde réfléchi.

En régime harmonique, on définit « le coefficient r_u de réflexion en amplitude de l'onde de tension » par :

$$r_u \stackrel{\text{def}}{=} \frac{u_r(z=L, t)}{u_i(z=L, t)}$$

où $z = L$ situe l'extrémité du câble, $u_i(z, t)$ est l'onde incidente et $u_r(z, t)$ est l'onde réfléchi.

En général, ce coefficient de réflexion est complexe, mais si l'on place une résistance R à l'extrémité du câble (seul cas au programme), r_u est réel et a pour expression :

$$r_u = \frac{R - Z_c}{R + Z_c}$$

On remarque que lorsque la « résistance terminale » R est égale à l'impédance caractéristique Z_c du câble, l'onde réfléchi est nulle : toute l'onde en tension a été transmise. On parle « d'adaptation d'impédance ».

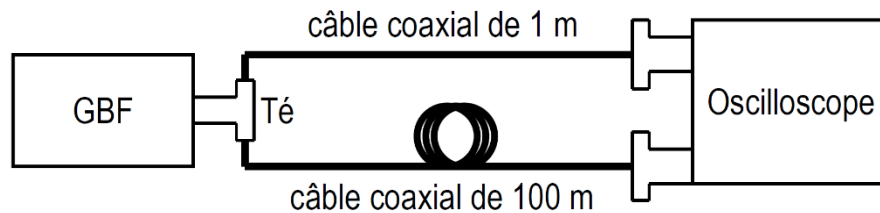
Remarque 1 : Les câbles utilisés en TP ont une impédance caractéristique $Z_c = 50 \Omega$.

Remarque 2 : La résistance interne des GBF vaut la même valeur. Ce n'est pas un hasard, cela permet au signal délivré par le GBF d'être totalement transmis au câble.

Remarque 3 : il existe également un coefficient r_i de réflexion en amplitude de l'onde en courant $i(z, t)$; un coefficient de réflexion en puissance ; les coefficients de transmission en tension, en courant et en puissance.

2. Mesures en régime impulsionnel

2.1. Montage utilisé



Le GBF pourra délivrer deux types de signaux :

- un signal impulsionnel (créneau dissymétrique, de courte alternance haute, l'alternance basse étant à 0)
- un signal sinusoïdal (sans composante continue)

Nous ne disposons que de câbles coaxiaux de 50 m de long. On simulera un câble de longueur $L = 100 \text{ m}$ en disposant deux câbles de 50 m à la suite, connecté avec un raccord approprié, évitant toute réflexion parasite.

Le câble de longueur 1 m est de ceux utilisés habituellement en TP. Il sert à connecter la sortie du GBF à la voie 1 de l'oscilloscope. On négligera tout effet propagatif à l'intérieur de ce câble (l'ARQS y est vérifiée).

Par la suite, « le câble » désignera toujours le long câble de 100 m.

L'oscilloscope permettra de visualiser :

- en voie 1 : le signal capté à la sortie du GBF, i.e. à l'entrée du câble ($z = 0$)
- en voie 2 : le signal capté à la sortie du câble ($z = L = 100 \text{ m}$)

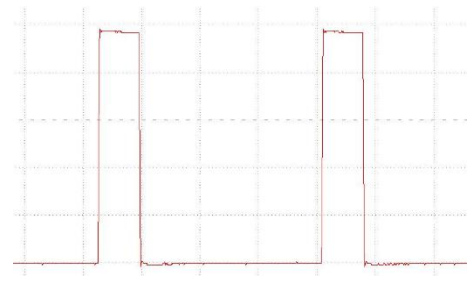
On utilisera un « Té » à la sortie du GBF, afin de pouvoir simultanément alimenter le câble ET visualiser la tension à l'entrée du câble.

On utilisera un « Té » à l'entrée de la voie 2 de l'oscilloscope, afin de pouvoir simultanément connecter la sortie du câble ET une résistance terminale R .

Remarque : l'oscilloscope permet de visualiser des tensions, on ne travaillera donc qu'avec les ondes en tension

2.2. Réglage du GBF pour l'émission d'une onde impulsionnelle

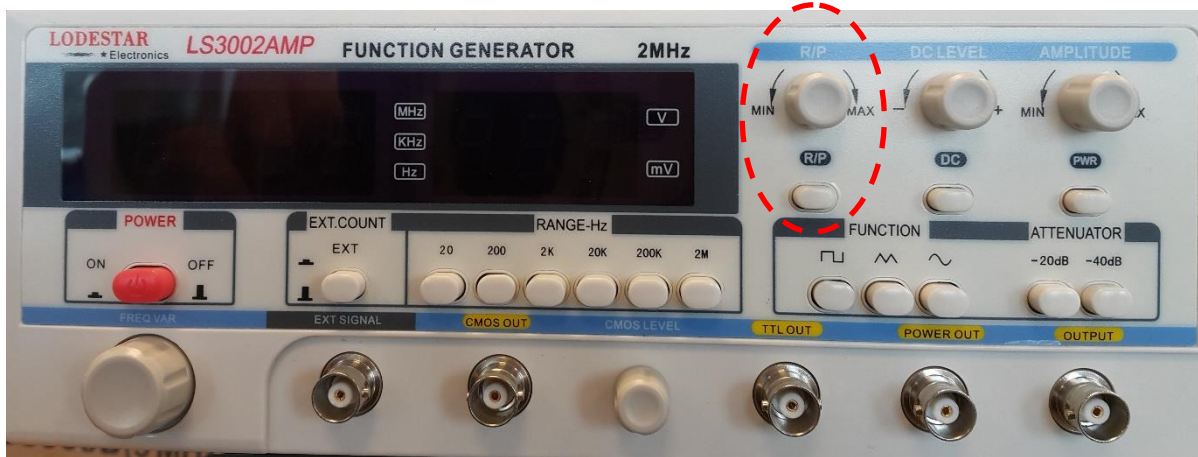
Il s'agit ici de régler le GBF pour qu'il délivre un signal similaire à celui représenté ci-contre. Ce créneau dissymétrique peut être vu comme une répétition périodique d'impulsions courtes.



Chaque impulsion délivrée par le GBF va se propager dans le câble et constitue une « onde impulsionnelle ».

On admet que les impulsions générées sont suffisamment séparées en temps pour que les phénomènes liés à une impulsion n'interfèrent pas avec ceux liés aux impulsions suivantes (cela pourra être vérifié au cours du TP si le temps le permet).

On effectue le réglage du GBF sans connecter le câble coaxial.
Le modèle de GBF utilisé est celui représenté ci-dessous



- Régler le GBF en mode créneau, en fixant une fréquence maximale (approchant ou dépassant 1 MHz)
 - Appuyer sur « R/P » et tourner le bouton associé afin de rétrécir au maximum l'alternance positive du créneau
 - Régler l'amplitude du créneau et ajouter une composante continue afin de placer l'alternance basse à 0 V et l'alternance haute à 6 V
- ❖ Quelle est la largeur temporelle de l'impulsion ainsi générée ?

2.3. Réflexion en bout de câble pour différentes résistances terminales

- Connecter le câble à la sortie du GBF, à l'aide d'un « Té », de manière à pouvoir toujours observer la sortie du GBF sur la voie 1 de l'oscilloscope.
 - Connecter la voie 2 de l'oscilloscope à la sortie du câble, avec un « Té », de manière à pouvoir y connecter également une résistance terminale R
 - Observer les signaux en voie 1 et 2 pour différentes valeurs de R , notamment :
 - $R \rightarrow \infty$ (sortie du câble en circuit ouvert)
 - $R = 0$ (sortie du câble en court-circuit)
 - $R = Z_c$ (pas d'onde réfléchie, d'après l'expression de r_u)
- ❖ Que représente chacune des trois impulsions observables sur l'écran de l'oscilloscope ?
- ❖ Déduire de cette observation :
 - une mesure de la vitesse de propagation de l'onde impulsionnelle dans le câble
 - une mesure de Z_c l'impédance caractéristique du câble (supposée réelle)
 - une validation semi-quantitative de l'expression du coefficient de réflexion en tension r_u

Appeler le professeur pour discuter de ces observations et interprétations.

- ❖ Connaissant les valeurs numériques de la célérité c et de l'impédance Z_c , en déduire les valeurs des grandeurs linéiques du câbles : L et C

- ❖ Dans le cas $R = Z_c$, mesurer l'atténuation $A = \frac{\text{ampl entrée}}{\text{ampl sortie}}$ de l'onde sur une longueur de 100 m
- ❖ En se plaçant en circuit ouvert à la sortie du câble, vérifier que l'amplitude de l'onde réfléchie (qui a parcouru 200 m) confirme cette valeur d'atténuation

On définit le coefficient d'atténuation linéique, en $dB.km^{-1}$, par :

$$\beta = 10 * 20 \log(A)$$

- le facteur 10 permettant de traduire en $dB.km^{-1}$ une mesure faite sur un câble de 100 m
 - le facteur 20 provient de la définition du décibel (facteur 10 pour des courbes plus lisibles, facteur 2 car la définition fondamentale implique la puissance, qui est une fonction quadratique de la tension)

- ❖ Déterminer la valeur mesurée de β en $dB.km^{-1}$. L'ordre de grandeur attendu devrait être de $10 dB.km^{-1}$ (?)

3. Mesure en régime sinusoïdal

Le montage expérimental reste le même que précédemment. Seul le réglage du GBF change : il délivre à présent une tension sinusoïdale, d'amplitude 6V (sans composante continue, donc centré sur 0).

3.1. Mesure de la vitesse de phase pour différentes fréquences

- Fixer la résistance terminale à $R = Z_c$ de façon à supprimer l'onde réfléchie
- Pour différentes fréquences (exemple d'odg en Hz : $10^6, 3 \cdot 10^5, 10^5, 3 \cdot 10^4, 10^4$), mesurer le décalage temporel entre l'onde en entrée (voie 1) et l'onde en sortie (voie 2) et en déduire la vitesse de propagation (« vitesse de phase » v_φ)
- ❖ Observe-t-on un écart au comportement idéal (onde de d'Alembert) ?
 - observe-t-on un écart avec la mesure de vitesse de l'onde impulsionnelle ?
 - la vitesse de phase dépend-elle de la fréquence (« milieu dispersif ») ?

3.2. Réflexion en bout de ligne – Ondes stationnaires

On travaille ici avec la sortie du câble en court-circuit.

L'onde sinusoïdale progressive générée par le GBF se propage le long du câble. Lorsqu'elle atteint l'extrémité du câble, elle est totalement réfléchie. Cette onde sinusoïdale réfléchie se superpose à l'onde incidente, et (en négligeant le phénomène d'atténuation) elle est d'amplitude égale et de signe opposé à l'onde incidente (d'après les observations faites en régime impulsionnel).

De la superposition de ces deux ondes progressives, incidente et réfléchie, résulte une onde stationnaire. L'extrémité $z = L$ est un nœud de l'onde (onde en tension).

Par analogie avec la corde vibrante, on établit que les longueurs d'onde λ_p vérifiant $2L = p \times \lambda_p$ ($p \in \mathbb{N}$) correspondront à un nœud à l'entrée du câble.

La vitesse de phase est définie par $v_\varphi = \frac{\omega}{k} = \lambda \times f$ et permet donc de relier les périodicités spatiale et temporelle d'une onde progressive harmonique, c'est son intérêt (NB : on se doute donc qu'elle comporte la même information que la relation de dispersion)

- ❖ D'après la définition de la vitesse de phase, donner l'expression théorique des fréquences temporelles f_p qui permettent d'observer un nœud en entrée du câble
- ❖ Quelle est théoriquement la fréquence la plus basse permettant d'obtenir un nœud en entrée ?

L'atténuation a été négligée dans ce raisonnement. Si on la prend en compte, on peut montrer que les nœuds deviennent des minima (non nuls).

- ❖ Repérer expérimentalement ces fréquences f_p , et vérifier si la formule théorique est vérifiée