

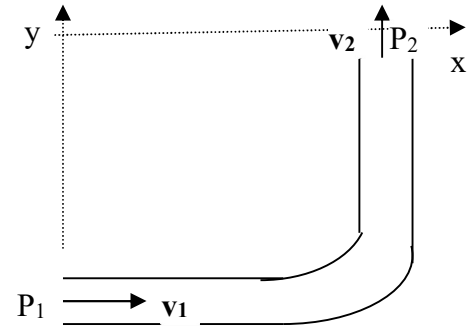
Exercices – Bilans macroscopiques : quantité de mouvement, énergie

Exercice 1 : Force subie par un coude de canalisation

Soit un écoulement stationnaire de fluide parfait et incompressible dans une canalisation horizontale, cylindrique, de section S , présentant un coude d'angle droit.

Loin du coude en amont, la vitesse du fluide est V_1 uniforme et la pression P_1 . Loin du coude en aval, la vitesse du fluide est V_2 uniforme et la pression P_2 .

- Donner grâce à un bilan de masse une relation entre V_1 et V_2 .
- Trouver une relation entre P_1 et P_2 .
- Déterminer la force exercée par le fluide sur la canalisation en fonction de ρ , S_1 , V_1 et P_1 .



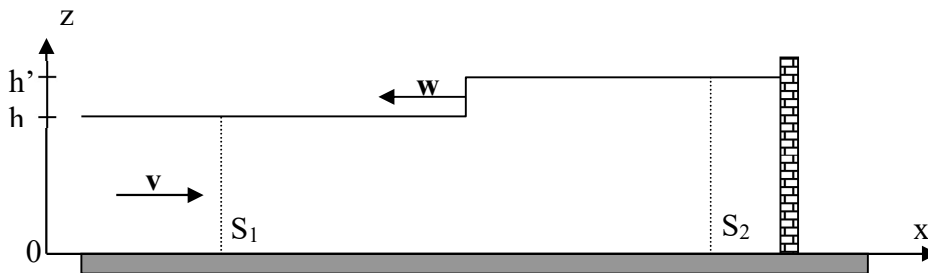
Exercice 2 : Ressaut hydraulique (extrait CCP)

Un canal de largeur L est obstrué par une paroi verticale (fermeture « brutale » d'une écluse). Une vague remonte alors le canal à une célérité w dans le référentiel terrestre.

La hauteur d'eau en amont du ressaut est h , et la vitesse du courant est v . En aval du ressaut, la hauteur d'eau est h' et la vitesse nulle. Les grandeurs h , h' et v sont constantes.

On se place dans le référentiel lié à la vague, supposé galiléen (car en TRU dans le référentiel terrestre). Dans ce référentiel, l'écoulement est stationnaire.

On étudie le système ouvert (S) de fluide délimité par les sections (en pointillés) amont S_1 et aval S_2 , sections fixes dans le référentiel d'étude. Pour simplifier, on supposera que le front de la vague est vertical.



- Quelle est la vitesse du fluide entrant dans (S) au niveau de S_1 , et celle en ressortant au niveau de S_2 ?
- En traduisant la conservation de la masse, établir une relation entre v , w , h et h' .
- Définir un système fermé (S^*) approprié, et montrer que la variation de la composante horizontale de sa quantité de mouvement s'écrit :

$$\frac{dP_x^*}{dt} = -\rho L h \times g(v, w)$$

où $g(v, w)$ est une fonction à expliciter.

- La pression étant P_0 à la surface du fluide, calculer la pression régnant dans l'eau en amont puis en aval du ressaut.
- Que vaut la résultante *horizontale* des forces de pression sur le système (S^*) ? En déduire l'expression de la résultante des forces extérieures s'appliquant sur (S) en fonction de ρ , g , L , h et h' .
- En déduire alors que $h(v+w)v = \frac{1}{2} \cdot g \cdot f(h, h')$ où $f(h, h')$ est une fonction à expliciter.
- En déduire la célérité de la vague en fonction de g , h et h' . Que vaut-elle si $h \approx h'$?

Exercice 3 : Perte de charge singulière due à un élargissement brutal de section

Eléments culturels

Une « perte de charge » est une perte d'énergie du fluide au cours de son écoulement. On rappelle qu'en mécanique des fluides, il y a trois stocks d'énergie (cf. termes de Bernoulli). Les pertes de charges sont une conséquence de la viscosité du fluide.

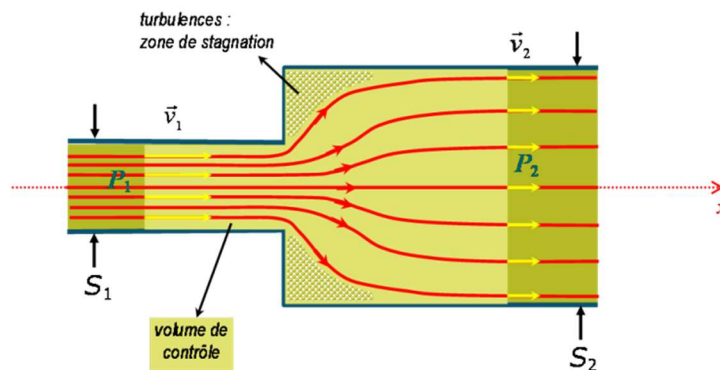
Dans l'écoulement de Poiseuille, la chute de pression est affine le long de la conduite, et cette perte de charge est alors qualifiée de « régulière », car elle se fait progressivement le long de l'écoulement.

Lorsqu'un « accident » survient en un point de l'écoulement (changement brutal de section d'une conduite, nœuds entre plusieurs conduites, arrivée d'une conduite dans un réservoir, etc.), il y a généralement perte de charge, et celles-ci sont qualifiées de « singulières », car dues à l'existence d'une « singularité » (changement brutal) sur le chemin de l'écoulement.

Calcul dans un cas particulier

Via quelques hypothèses simplificatrices, on va établir une expression approximative de la perte de charge singulière dans le cas d'un élargissement brutal de la section d'une conduite.

Le dessin ci-dessous illustre l'existence d'une « zone de stagnation » à l'intérieur de laquelle l'eau est quasiment immobile, et où l'on admettra que la pression vaut environ P_1 (i.e. la pression en amont)



On étudie le dispositif en régime stationnaire. Les grandeurs suivantes sont supposées connues : P_1 , v_1 , S_1 et S_2

- ❖ En effectuant un bilan de quantité de mouvement, déterminer P_2 et v_2 en fonction des grandeurs connues
- ❖ En déduire l'expression de la perte de charge ($\text{def} > 0$) en fonction des grandeurs connues :

$$\Delta E_{vol} \stackrel{\text{def}}{=} \left(P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 \right) - \left(P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 \right)$$

Tentative d'interprétation

Pourquoi le changement de section brutal provoque-t-il une perte de charge ?

La zone de stagnation favorise la dissipation d'énergie mécanique par viscosité, même dans un écoulement à grand nombre de Reynolds. Au niveau du changement de section, lorsqu'une turbulence dévie le fluide de sa trajectoire moyenne, de l'énergie mécanique est déviée vers la zone de stagnation et y reste piégée jusqu'à être dissipée.