Correct° exo portière de voiture

1°/ **Syst** : {portière}

Réf : lié à voiture, non galiléen car en transl° décélérée dans réf. terrestre supposé galiléen.

Bdf :
- $\vec{Poids}$
- $\vec{Réact°}$ de la tige
- $\vec{Fie} = -m\vec{a_e}$
  $= -ma\vec{e_x}$ (selon $+\vec{e_x}$)
- $\vec{Fic} = \vec{0}$ car voiture en translat° dans réf. terrestre.

TMC : $\frac{d}{dt}L_{Az} = M_{Az}(\vec{f_{ext}})$ par rapport à l'axe fixe $(A\vec{e_z})$

$L_{Az} = J\dot{\theta}$

→ Poids n'a pas de moment /r $(A\vec{e_z})$, car // axe $(A\vec{e_z})$

→ Réact° tige $\vec{R} = R_r\vec{e_r} + R_z\vec{e_z} + \cancel{R_\theta\vec{e_\theta}}$ car pas de frott^t donc pas de composante selon $\vec{e_\theta}$ $\vec{0}$

- $R_r\vec{e_r}$ n'exerce pas de moment /r $(A\vec{e_z})$ car coupe l'axe
- $R_y\vec{e_y}$ non plus car // l'axe.

→ $M_{Az}(\vec{Fie}) = \oplus\underbrace{\frac{l}{2}\sin\theta\, m|a|}_{\text{via bras de levier}} = -\frac{l}{2}\sin\theta\, ma$ (<0)

avec main droite.

d'où TMC : $J\ddot{\theta} = -mal\sin\theta$

$$\boxed{\ddot{\theta} + \underbrace{\frac{mal}{J}}\sin\theta = 0}$$

$\frac{ms^{-2}}{m}$ } unité ok.

2°/ $\underbrace{\dot{\theta}\ddot{\theta}}_{\left(\frac{1}{2}\dot{\theta}^2\right)^{\bullet}} + \frac{mal}{J}\underbrace{\dot{\theta}\sin\theta}_{(-\cos\theta)^{\bullet}} = 0$

d'où $\frac{d}{dt}\left[\frac{1}{2}\dot{\theta}^2 - \frac{mal}{J}\cos\theta\right] = 0$

d'où $\boxed{\frac{1}{2}\dot{\theta}^2 - \frac{mal}{J}\cos\theta = C^{te}}$

a devient positif

Or $t=0$: $\dot{\theta}(0) = 0$ et $\theta(0) = 0$

donc $0 - \frac{mal}{J} \times 1 = C^{te}$

d'où $\boxed{\frac{1}{2}\dot{\theta}^2 - \frac{mal}{J}\cos\theta + \frac{mal}{J} = 0}$

→ vitesse porte : $\vec{v} = l\dot{\theta}\,\vec{e_\theta}$

Or $\frac{1}{2}(l\dot{\theta})^2 + \frac{mal^3}{J}(1-\cos\theta) = 0$

$\Rightarrow v^2 = 2\frac{al_m^3}{J}(\cos\theta - 1)$

$\boxed{v^2 = 2|a|\frac{l_m^3}{J}(1-\cos\theta)}$ (>0 ouf!)

→ en $\theta = \frac{\pi}{2}$: $\boxed{v = \sqrt{2|a|\frac{l_m^3}{J}}}$

3°/ Calculs idem, mais avec $a > 0$

et ci : $\theta(0) = \theta_0$

$\frac{1}{2}\dot{\theta}^2 - \frac{mal}{J}\cos\theta = C^{te}$

$t=0$: $0 - \frac{mal}{J}\cos(\theta_0) = C^{te}$

donc $\frac{1}{2}v^2 = \frac{mal^3}{J}(\cos\theta - \cos\theta_0)$

en $\theta = 0$: $v = \sqrt{\frac{2mal^3}{J}(1-\cos\theta_0)}$

et $\boxed{\dot{\theta} = \sqrt{\frac{2aml}{J}(1-\cos\theta_0)}}$

→ il faut $\dot{\theta}(\theta=0) > \dot{\theta}_{min}$

$\Leftrightarrow \sqrt{\frac{2aml}{J}(1-\cos\theta)} > \dot{\theta}_{min}$

$\Rightarrow \frac{2aml}{J}(1-\cos\theta_0) > \dot{\theta}_{min}^2$

$\Rightarrow 1-\cos\theta_0 > \frac{J\dot{\theta}_{min}^2}{2aml}$

$\Rightarrow \boxed{\cos\theta_0 < 1 - \frac{J\dot{\theta}_{min}^2}{2aml}}$

$\boxed{a > \frac{J\dot{\theta}_{min}^2}{4ml}}$

vérif° résultat physiqt cohérent

$a \to +\infty$ OK

$a \to 0$ OK

$1 - \frac{J\dot{\theta}_{min}^2}{2aml} > -1$

$\Leftrightarrow \frac{J\dot{\theta}_{min}^2}{2aml} < 2$