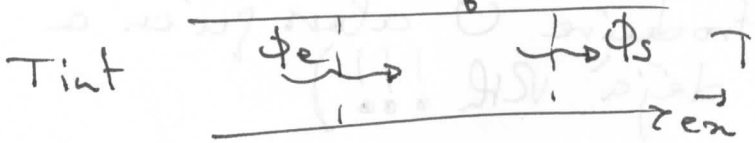
E3A PSI 2014 : isolat° th !

A.1. Régime permanent :

6

tranche de mur ≡ système ouvert



1

1er ppe : pas de travail :

$$\underbrace{\frac{dU}{dt}}_{=0 \text{ car régime stationnaire}} = \phi_e - \phi_s \quad \Big\} \quad \phi_e = \phi_s \quad (2)$$

avec $\begin{cases} \phi_e = j(x)S \\ \phi_s = j(x+dx)S \end{cases}$ (1)

d'où $j(x) = j(x+dx)$ (1)

$$\Rightarrow \frac{dj}{dx} = 0 \quad (1) \quad \Rightarrow \frac{d}{dx}\left[-\lambda \frac{dT}{dx}\right] = 0$$

(car $\vec{j} = -\lambda \, \vec{\text{grad}}\, T$)

d'où $\boxed{\dfrac{d^2T}{dx^2} = 0}$ Eq° de la chaleur en régime permanent

A.2. $\dfrac{dT}{dx} = A \rightarrow \boxed{T(x) = Ax + B}$

3

Evol° affine dans le mur :

$$\begin{cases} T(0) = T_{int} \\ T(e_B) = T_{ext} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} B = T_{int} \\ T_{ext} = Ae_B + T_{int} \end{cases}$$

$$A = \frac{T_{ext} - T_{int}}{e_B}$$

$$\boxed{T(x) = -\frac{(T_{int} - T_{ext})}{e_B}x + T_{int}}$$

A.3. $\boxed{\vec{j}_{th} = -\lambda \, \vec{\text{grad}}\, T = -\lambda \dfrac{dT}{dx}\vec{e_x} = \underbrace{\lambda \dfrac{(T_{int} - T_{ext})}{e_B}}_{>0 \Rightarrow \vec{j} \text{ selon } \vec{e_x}} \vec{e_x}}$

2

OK : va du "chaud" vers le "froid" (de T° élevée aux T° faibles).

A.4. $\phi = \iint_S \vec{j}_{th} \cdot \vec{dS} = j_{th} S$

1

$$\boxed{\phi = \frac{\lambda S}{e_B}(T_{int} - T_{ext})}$$

A.5. $\phi \longleftrightarrow I$ en élec

4 $T_{int} - T_{ext} \longleftrightarrow$ ddpotentiel aux bornes dipôle

(2

$$\boxed{R_{th} = \frac{e_B}{\lambda}}$$ (1

attent° ! ici résistance est surfacique

$$\underbrace{\vec{j}}_{W m^{-2}} = -\lambda \underbrace{\vec{\text{grad}}\, T}_{K m^{-1}}$$

$\lambda \to W m^{-1} K^{-1}$ (1

R_{th} en $\frac{m}{W m^{-1} K^{-1}} \to$ $\boxed{R_{th} \text{ en } W^{-1} m^2 K}$

A.6. $j_{th} = \frac{\lambda \Delta T}{e_B} \Rightarrow j_{th} \sim \frac{1{,}75 \times 34}{0{,}2}$

3

$$\boxed{j_{th} \sim 300\ W m^{-2}}$$ (1

| ordg semble OK, car ~ qq ampoules forte intensité

$$U = \frac{\phi / S}{\Delta T}$$ (1 } flux surfacique } pour obtenir le flux surf. pour 1 degré

$$\boxed{U = \frac{1}{R_{th}}}$$ (sert à rien d'introduire U alors qu'on a déjà R_{th} ...)

$$\boxed{U = \frac{\lambda}{e_B}}$$ AN : $U \sim \frac{1{,}75}{0{,}2} = \frac{17{,}5}{2}$

$$\boxed{U = 8{,}8\ W m^{-2} K^{-1}}$$ (1

| 2 ch. significatifs suffisent !

1 A.7. Droite entre 19°C et -15°C.

2 A.8. "Hors gel" : $T(x) \geq 0°C$ (1

Cherche x_0 tq $T(x_0) = 0°C$

$$T(x_0) - T_{int} = \frac{T_{ext} - T_{int}}{e_B} x_0$$

$$\boxed{x_0 = e_B \frac{T(x_0) - T_{int}}{T_{ext} - T_{int}}}$$ AN : $x_0 = e_{HG} = 0{,}11\ m$

$$\boxed{e_{HG} = 11\ cm}$$ (1

B.1. [2] Idem A.1 : une tranche de mur ne voit pas son énergie interne varier en rég. stat. [2]

$\Rightarrow$ "chaleur qui entre = chaleur qui sort"

$\Updownarrow$

flux th^{ue} se conserve à travers le mur. (1)

Pb unidirectionnel, et flux uniforme sur surface échange $\Rightarrow$ flux surfacique se conserve.

$\frac{\partial}{\partial t} = 0$ stationnaire

$\frac{\partial}{\partial t} + \mathrm{div}\,\vec{j}_{th} = 0$ par cœur

ou alors

Traduct° math : $\boxed{\mathrm{div}\,\vec{j}_{th} = 0}$ (1)

ie $\boxed{\frac{dj_{th}}{dx} = 0}$

B.2. [2] On a ~~deux~~ 4 résistances en série, car traversée par le m̂ flux Φ_{th}.

$$S\,R_{c_{th}} = S\,R_{plâtre} + S\,R_{laine} + S\,R_{béton} + S\,R_{crépis}$$ (1)

surfacique (m̂ S)

d'où $\boxed{R_{c_{th}} = \sum_{j=1}^{4} \frac{e_j}{\lambda_j}}$

je n'avais pas ma calculette

AN : $R_{c_{th}} = \frac{5\,10^{-2}}{3\,10^{-1}} + \frac{8\,10^{-2}}{4\,10^{-2}} + \frac{2\,10^{-1}}{1{,}75} + \frac{2\,10^{-2}}{9\,10^{-1}}$

$R_{c_{th}} \sim 1{,}7\,10^{-1} + 2 + 1{,}1\,10^{-1} + 2{,}2\,10^{-1}$

$\sim 2 + 0{,}17 + 0{,}11 + 0{,}22$

$2 + 0{,}50$

$\boxed{R_{c_{th}} \sim 2{,}5\ W^{-1}m^{2}K}$ 2,3 plutôt

dominée par laine de verre (1)

B.3. [3] $\boxed{U_c = \frac{1}{R_{c_{th}}}}$ $U_c \sim \frac{1}{2{,}5} = 0{,}4$

$\boxed{U_c \sim 0{,}4\ W m^{-2} K^{-1}}$ (1)

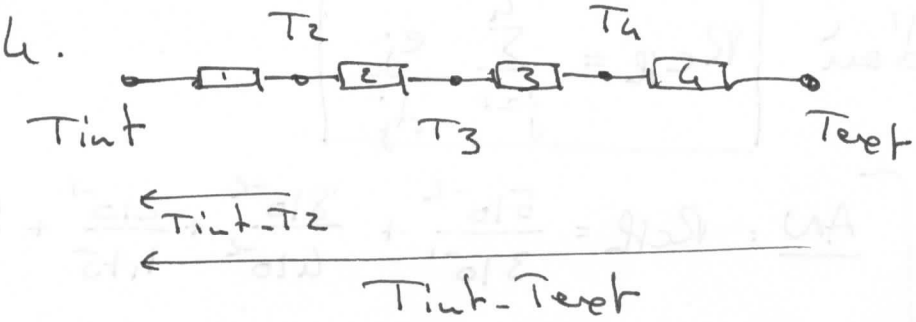
$\boxed{j_{c_{th}} = U \times \Delta T}$ $j_{c_{th}} = \frac{4}{10} \times 34$

$\boxed{j_{c_{th}} = 13{,}6\ W m^{-2}}$ (1) (15)

$\boxed{\frac{U_c}{U} \sim \frac{0{,}4}{8{,}8} = \frac{1}{22} \sim 5\%}$ (1) diminué de 95% dans cas mur composite.

diminut° facteur 20 !

B.4. [7]



"Pont div de tension" (2) :

$$\rightarrow (T_{int} - T_2) = \underbrace{\frac{R_1}{R_1+R_2+R_3+R_4}}\,(T_{int} - T_{ext})$$

AN : $\dfrac{0,17}{2,5} = \dfrac{17}{250} = 6,8\,10^{-2}$

$T_2 = T_{int} - 0,068 \times 34$
$= 19 - 2,3$

$\boxed{T_2 = 16,7\,°C}$ (1) (fait à la main, donc approximatif)

$\rightarrow T_3 = T_2 - 34 \times \dfrac{2}{2,5}$

$= 16,7 - 27,2$

$\boxed{T_3 = -10,5\,°C}$ (1) (plutôt $-13\,°C$ avec $R_{th\,tot} = 2,3$..)

$\rightarrow T_4 = T_3 - 34 \times \dfrac{0,11}{2,5}$

$= -10,5 - 34 \times 0,044$

$\boxed{T_4 = -12\,°C}$ (1) ($-14,7\,°C$ avec calculette)

$\rightarrow$ Vérificat° :

$T_{ext} = T_4 - 34 \times \dfrac{0,22}{2,5}$

$= -12 - 34 \times 0,088$

$\boxed{T_{ext} = -15\,°C}$ ok !

(1) Dessin : chute t°C se fait dans laine verre (1)

B.5. [2]

$$\cancel{R_{th\,eq} = \sum_j R_{th\,j}}$$

$$\cancel{\frac{\sum_{j=1}^{4} e_j}{\lambda_{eq}} = \sum_{j=1}^{4} \frac{e_j}{\lambda_j}}$$

$$\cancel{\boxed{\frac{1}{\lambda_{eq}} = \sum_{j=1}^{4} e_{rj} \frac{1}{\lambda_j}}}$$

INUTILE

e_{rj} : épaisseur relative de couche j (pourcentage épaisseur totale)

$\rightarrow \dfrac{1}{\lambda_{mcq}} = \dfrac{R_{cth}}{e_{tot}}$ (1) $\Big\}$ $\boxed{\lambda_{mcq} = \dfrac{e_{tot}}{R_{cth}}}$ 3

~~2,5~~

AN :

$$\lambda_{mcq} = \frac{0{,}35}{2{,}5}$$

$\boxed{\lambda_{mcq} = 0{,}14\ W m^{-1} K^{-1}}$ (1) $\sim \dfrac{0{,}7}{5} = \dfrac{7}{50}$

C.1. 4 $j_{th,FL\ paroi \to fluide} = \dfrac{\phi_{RCC}}{S} = h_{RCC}\left[T_{paroi} - T_{fluide}\right]$

→ Interface intérieure :

car ϕ_{RCC} de l'énoncé déf de paroi vers fluide

$\|\vec{j}\|$ → $\boxed{j_{th\,FL\ fluide \to paroi} = -h_{int}\left[T_{paroi\ int} - T_{int}\right]}$

(>0) (1) <0

→ Interface ext :

$\|\vec{j}\|$ → $\boxed{j_{th,FL\ paroi \to fluide\ ext} = h_{ext}\left[T_{paroi\ ext} - T_{ext}\right]}$

(>0) >0

Or "$R_{th} = \dfrac{\Delta T}{j_{th}}$", tout étant >0 (donc $\|\vec{j}\|$ ici...)

d'où $\boxed{R_{th,FL\ int} = \dfrac{1}{h_{int}}}$ (1)

$\boxed{R_{th,FL\ ext} = \dfrac{1}{h_{ext}}}$

→ Donc ces 2 résistances à rajouter à R_{cth} :

$\boxed{R_{cth,FL} = R_{eth} + \dfrac{1}{h_{int}} + \dfrac{1}{h_{ext}}}$ (1)

AN : $R_{cth,FL} = 2{,}5 + 0{,}1 + 0{,}033$

$\boxed{R_{cth,FL} = 2{,}63\ W^{-1} m^2 K}$ (1)

C.2. 5 $j_{th,FL}$ (>0 de gauche à droite) se conserve à travers les 6 résistances

$\boxed{j_{th\,FL} = \dfrac{T_{int} - T_{ext}}{R_{cth,FL}}}$ (déf° R_{th})

Or $j_{th\,FL} = -h_{int}\left[T_{P\,int} - T_{int}\right]$

donc $\boxed{T_{P\,int} = T_{int} - \dfrac{T_{int} - T_{ext}}{h_{int} \times R_{cth,FL}}}$ (2)

même idée pour T_{pext} :

$$j_{th_{FL}} = h_{ext}\left[T_{p,ext} - T_{ext}\right]$$

d'où $$\boxed{T_{p,ext} = T_{ext} + \frac{T_{int} - T_{ext}}{R_{th_{FL}}\, h_{ext}}}$$ (1

(ou alors pont div. tension encore)

AN : $$T_{pext} \sim -15 + \frac{34}{2,6 \times 30}$$

$$\sim -15 + 0,43$$

$$\boxed{T_{pext} \sim -14,6\,°C}$$ (1

$$T_{p,int} \sim 19 - \frac{34}{10 \times 2,6}$$

$$\sim 19 - 1,3$$

$$\boxed{T_{pint} \sim 17,7\,°C}$$ (1

C.3. Je ne vais pas ce qu'il faut dessiner. Je dirais : profils ~ confondus avec ceux qu° B.4.
(hors barème)

Paramètres qui pourraient influencer :

→ usure isolant°

→ pénétrat° d'humidité dans l'isolant°/le mur.

→ Couche de gel, qui isolerait un peu

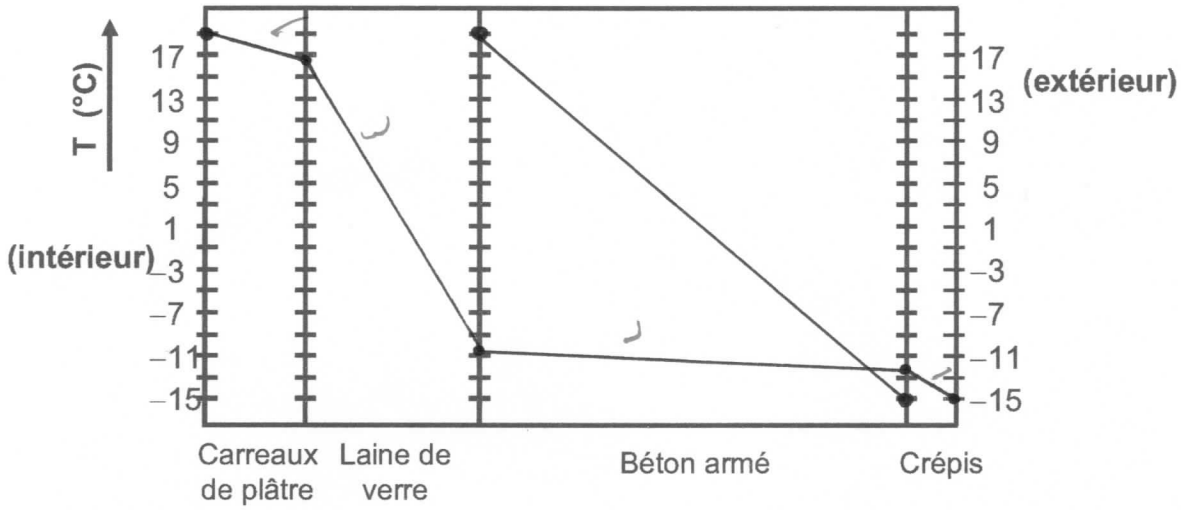
D1 cf. schéma.
[2]

D2 Isolant° extérieure semble préférable, car le mur en béton ne contient pas d'eau liquide ou solide ⇒ moins de pb d'usure.
[1]

Document-réponse (Pb2 E3A), à compléter et rendre avec la copie

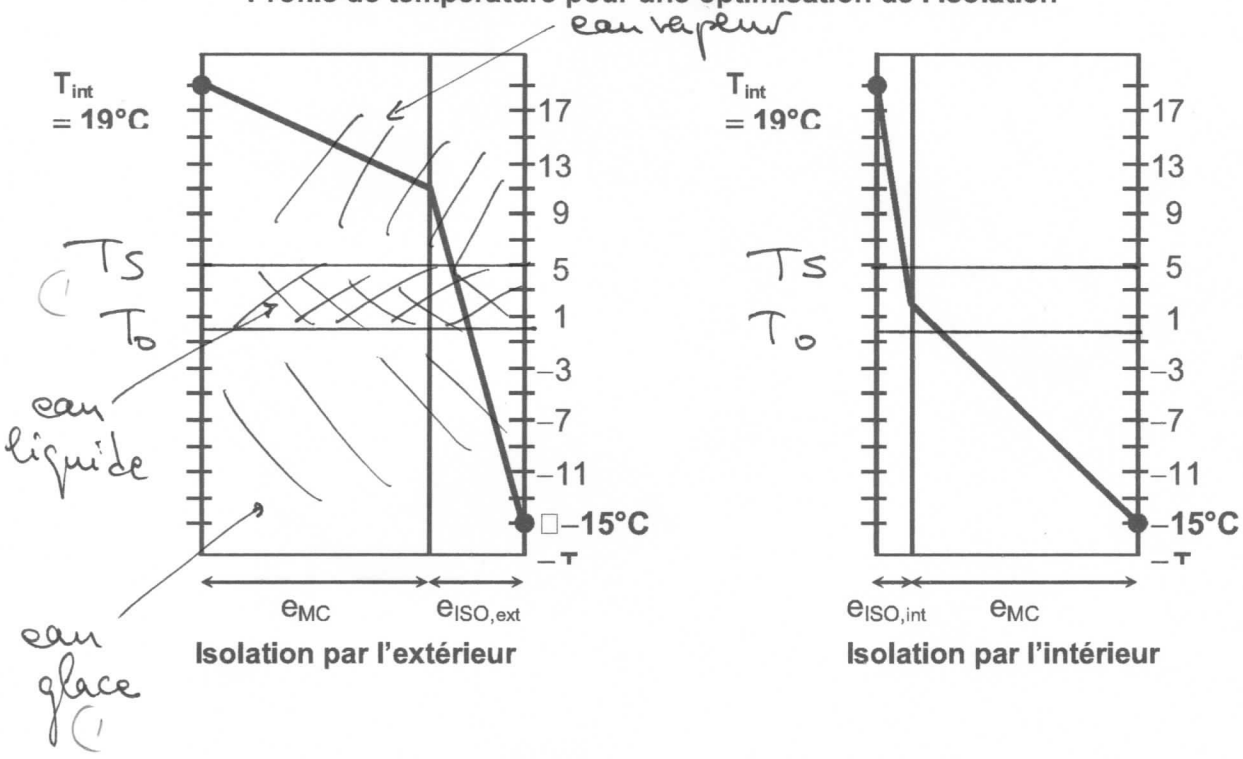
Questions A7, B4 et C3

Profil de température dans le mur (et dans le mur composite)



Question D1

Profils de température pour une optimisation de l'isolation



Fin de l'énoncé