Chap.2 – Ondes sonores dans les fluides

Intro : Autre type d'ondes mécaniques : les ondes sonores dans les fluides. C'est l'occasion d'étudier des ondes se propageant dans un milieu 3D, avec une nouvelle famille de solution : les OPP (généralisation des OP en 3D), et les ondes sphériques. A l'aide de la notion d'impédance, on étudie ici encore la réflexion et la transmission d'ondes sonores à l'interface entre deux fluides.
De nombreuses applications pratiques peuvent être décrites par ce type d'étude : sonar / échographie ultrasonore, radar Doppler à ultrasons, confection instruments de musique (ondes sonores),etc.

1. Ondes sonores dans les fluides dans l'Approximation acoustique

1.1. Description qualitative des ondes sonores

Une onde sonore dans un fluide est une onde de compression. L'onde naît des oscillations locales du champ de vitesse et du champ de pression. Pour s'imaginer simplement le processus de propagation, considérons une tranche mésoscopique de fluide (particule de fluide) en contact sur sa gauche avec la membrane d'un haut-parleur. Lorsque la membrane du haut-parleur pousse l'extrémité gauche de la tranche de fluide, sa partir droite reste dans un premier temps immobile, et la tranche est comprimée. Du fait de son « élasticité » (liée à la compressibilité du fluide), la tranche tend à retrouver sa forme de départ, et son extrémité droite pousse donc sur la tranche de fluide suivante, etc.

Caractère longitudinale des ondes sonores dans un fluide

*La direction **des vibrations du milieu** de propagation se font **le long de la direction de propagation :** l'onde est dite **longitudinale.***

NB : La propagation d'onde transverse dans un fluide est aussi possible si le fluide est visqueux. Nous n'étudierons pas ce type d'onde dans ce chapitre.

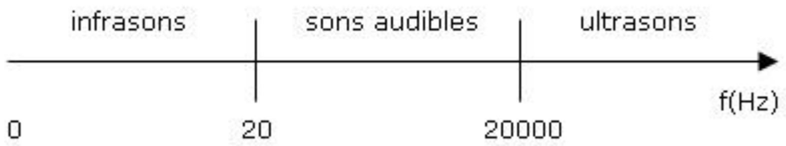
Rôle de la compressibilité du fluide

*Pour expliquer la propagation des ondes sonores longitudinales, il est indispensable de tenir compte de la **compressibilité** du fluide, même si celle-ci est usuellement considérée faible (ex : liquides)*

Ordres de grandeur des champs acoustiques :

- variation du champ de pression due à la présence de l'onde : $10^{-2} Pa$
- déplacement des particules de fluide : $qq\ nm$
- champ de vitesse : $qq\ \mu m.s^{-1}$

On remarque qu'une onde sonore ne modifie que très faiblement les champs de pression et de vitesse du fluide.



1.2. Ingrédients du modèle – Approximation acoustique

Description du fluide :

- on doit nécessairement tenir compte de la compressibilité du fluide (même pour un liquide)
- le fluide est parfait, on néglige tout phénomène diffusif (pas de viscosité, ni de diffusion thermique)
- l'évolution d'une particule de fluide est donc *adiabatique réversible (donc isentropique)*
- on néglige le poids devant les forces de pression
- en l'absence d'onde, à l'équilibre, les champs P et μ sont *uniformes* et le champ des vitesses est *nul*

Approximation acoustique

*L'onde sonore est considérée comme une **petite perturbation** par rapport à l'équilibre.*

$$P_{tot} = P_0 + \boldsymbol{p}$$
$$\mu_{tot} = \mu_0 + \mu$$
$$\vec{v}_{tot} = \vec{\boldsymbol{v}}$$

*Les champs $p, \mu, \vec{v}$ associés à l'onde sont **des infiniment petits** d'ordre 1 : $\boldsymbol{p} \ll P_0$; $\mu \ll \mu_0$; $\boldsymbol{v} \ll c$*

*$\boldsymbol{p}$ est nommé **surpression** (ou pression acoustique).*

Dans tous les calculs qui vont suivre, on ne conservera que les termes du 1er ordre en pression, masse volumique et vitesse :

- un produit de deux quantités d'ordre 1 est un terme d'ordre 2
- une dérivée d'un terme d'ordre 1 est un terme d'ordre 1 (cf. raisonnement par odg / analyse dim)

1.3. Expression de l'accélération, puis linéarisation de la RFD

Puisque les ondes sonores sont des ondes mécaniques, il paraît naturel de commencer par appliquer la RFD à une particule de fluide.

➢ Faire le bilan des forces et donner leur expression

> ***Accélération en fonction du champ des vitesses quand $v \ll c$***
>
> *Lorsque le champ des vitesses est très faible devant la célérité des ondes sonores :*
> $$\vec{a} \cong \frac{\partial \vec{v}}{\partial t}$$

➢ En admettant temporairement ce résultat, linéariser la RFD (i.e. ne garder que les termes du 1er ordre)

L'expression de l'accélération n'a en réalité rien d'évident. Nous avions déjà parlé de cela en mécanique des fluides : de manière générale, le champ des accélérations est la somme de deux termes, dont un n'est plus au programme. L'origine mathématique de ce terme est que « l'on pense lagrangien » (système = particule de fluide, comme en mécanique du point) mais « l'on écrit eulérien ».
Dans tous les exemples classiques traités dans le cours de mécanique des fluides « locale » (i.e. hors bilans macroscopiques), ce 2^{e} terme était nul. Dans le cadre de l'approximation acoustique, il peut être négligé. Démontrons-le dans le cas simple d'une onde unidimensionnelle et unidirectionnelle, le champ des vitesses unidirectionnel ayant la forme d'une OPH. Dans cette démonstration, nous noterons en majuscule les grandeurs lagrangienne et en minuscule les champs eulériens (ce sont toutes des projections selon $\vec{u}_x$).

➢ Expliquer pourquoi on peut écrire :
$$a\, dt \overset{\text{def}}{=} v(x = X(t + dt), t + dt) - v(x = X(t), t)$$
$$X(t + dt) = X(t) + v(x = X(t), t)$$
➢ En déduire que :
$$a = \frac{\partial v}{\partial t}(x,t) + \frac{\partial v}{\partial x} v(x,t)$$
➢ Donner l'écriture mathématique d'un champ des vitesses sous forme d'OPH
➢ Dans ce cas, montrer que le deuxième terme est négligeable devant le premier lorsque $v \ll c$, en supposant que la vitesse de phase d'identifie à la célérité (hypothèse valide car on montrer que onde de d'Alembert)

1.4. Linéarisation des 2 autres équations des ondes sonores

Trois équations sont nécessaires pour établir l'équation d'onde, puisque 3 champs interviennent dans les équations régissant le comportement du fluide où se propage l'onde.

2^{e} équation
➢ Donner l'équation de conservation de la masse. La linéariser.

3^{e} équation
La 3^{e} équation est thermodynamique, c'est une relation entre pression et masse volumique, caractérisant « *l'élasticité* » du fluide. Cette relation découle de la définition du *coefficient de compressibilité isentropique* χ_S

➢ Sachant que ce coefficient exprime la variation relative du volume d'une particule de fluide provoquée par une variation de sa pression, et sachant qu'on souhaite le définir comme un nombre positif, proposer une expression mathématique pour la définition de χ_S.

- On préfère utiliser la masse volumique d'une particule de fluide plutôt que son volume. Redéfinir χ_s avec la masse volumique, en exprimant auparavant le lien entre la variation relative de volume et la variation relative de la masse volumique (pour un système fermé, car une particule de fluide est définie ainsi)

Une particule de fluide est considérée comme un corps pur ; ainsi sa masse volumique μ_{tot} n'est fonction que de deux variables d'état au choix, la pression P_{tot} et l'entropie par exemple.

- En supposant l'entropie constante, écrire le DL de la fonction $\mu_{tot}(P_{tot})$ au 1er ordre au voisinage de l'équilibre P_0
- Linéariser l'expression précédente et en déduire la relation entre µ et p

1.5. Etablissement de l'équation de d'Alembert 1D

Pour simplifier les calculs dans un premier temps, on suppose dans ce paragraphe que l'onde est unidimensionnelle et unidirectionnelle : $p(x,t)$; $v(x,t)$ et $\mu(x,t)$.

- A l'aide des 3 équations linéarisées, établir les 3 équations d'onde vérifiées par chaque champ p, v puis µ
- Commenter les équations obtenues : nom équation, expression célérité ?

1.6. Etablissement de l'équation de d'Alembert 3D

Equation de d'Alembert pour un champ scalaire en 3D

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = c^2 \Delta p$$

- En utilisant la définition du laplacien scalaire, démontrer cette expression
- (Complément) En admettant $\overrightarrow{rot}(\vec{v}) = \vec{0}$, et en utilisant la formule vectorielle « $\overrightarrow{rot}\left(\overrightarrow{rot}(\vec{v})\right) = \overrightarrow{grad}\left(div(\vec{v})\right) - \vec{\Delta}\vec{v}$ », montrer que le champ des vitesses vérifie lui aussi l'équation de d'Alembert

1.7. Célérité des ondes sonores dans les gaz et les liquides

- Ecrire la loi de Laplace vérifiée par un gaz parfait en évolution isentropique, en fonction de P_{tot} et μ_{tot}
- En décrivant l'air comme un gaz parfait, déterminer l'expression de χ_s en fonction de P_0 et $\gamma = 1,4$.
- En déduire la vitesse de propagation du son dans l'air. Dépend-elle violemment de l'altitude ?

- Calculer cette vitesse dans l'eau, sachant que $\chi_s \sim 5.10^{-10} Pa^{-1}$

- En considérant des ondes harmoniques de fréquence comprises entre 20Hz et 20kHz (spectre audible), comparer le temps caractéristique de propagation de l'onde à celui de la diffusion thermique (sur une distance égale à la longueur d'onde). Vérifier que l'hypothèse adiabatique est valide avec $D_{th} \sim 2.10^{-5} m^2.s^{-1}$

Comme dans toute étude d'ondes mécaniques, il est essentiel de **ne pas confondre la vitesse de vibrations** *des éléments du milieu (particule de fluide, brin de corde)* **avec la vitesse de propagation de l'onde**.

$$c_{air} \sim 340\ m.s^{-1}$$
$$c_{eau} \sim 1500\ m.s^{-1}$$

2. Structure des OPPH

2.1. Ondes *Planes* Progressives (OPP) comme famille de solutions en 3D

- *(Facultatif)* Montrer que les OP définies selon chaque axe du repère cartésien sont solutions de l'équation 3D
- *(Facultatif)* En déduire que la solution générale de l'équation d'onde 3D est une combinaison linéaire des solutions suivantes : $\boldsymbol{f_1\left(t-\frac{x}{c}\right)}$, $\boldsymbol{g_1\left(t+\frac{x}{c}\right)}$, $\boldsymbol{f_2\left(t-\frac{y}{c}\right)}$, $\boldsymbol{g_2\left(t+\frac{y}{c}\right)}$, $\boldsymbol{f_3\left(t-\frac{z}{c}\right)}$ et $\boldsymbol{g_3\left(t+\frac{z}{c}\right)}$

En 3D, ces solutions sont nommées les OPP : Ondes Planes Progressives. Pourquoi « planes » ?

Définition d'une surface d'onde
Définie à un instant donné, une surface d'onde est **le lieu des points équiphases** *:*   *ensemble des points* $\boldsymbol{M(\vec{r})}$ *tels que* $\boldsymbol{\phi(\vec{r}) = C^{te}}$

Remarque : dans le cas des ondes unidimensionnelles (corde par exemple, ou une chaîne d'oscillateurs), une valeur de la phase correspond à un seul point. Il n'est donc pas intéressant de définir le lieu des points équiphases.

Définition d'une onde plane
Une onde plane est une onde dont les surfaces d'onde sont des plans.   ***Si l'on oriente bien le repère, alors l'onde ne dépend que d'une seule variable d'espace.***

On peut voir des surfaces d'onde planes (ou sphériques) sur les animations du site suivant :
http://gilbert.gastebois.pagesperso-orange.fr/java/ondes/longitudinales/son.htm

- *(Facultatif)* Vérifier que les solutions mentionnées précédemment peuvent bien être qualifiées de planes.

Une onde plane progressive $s(\vec{r},t)$ se propageant dans la direction $\vec{u}$ s'écrit donc :

$$s(\vec{r},t) = f(\phi)$$
$$\phi(\vec{r},t) = t - \frac{\vec{u}\cdot\vec{r}}{c}$$

- *(Facultatif)* Vérifier sur un schéma que la phase est bien fixée par le terme $\vec{u}\cdot\vec{r}$

2.2. OPPH et notation complexe

Onde plane progressive harmonique OPPH
$\boldsymbol{s(\vec{r},t) = A\cos\left(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r} + \varphi\right)}$ *avec la définition du* ***vecteur d'onde*** $\boldsymbol{\vec{k} = k\,\vec{u}}$

- *(Facultatif)* A partir de l'expression d'une OPP se propageant selon $\vec{u}$, démontrer cette expression, et vérifier que la définition du vecteur d'onde est valide.

- Quelle est l'interprétation physique du vecteur d'onde ?

- En réinjectant l'OPPH dans l'équation de d'Alembert 3D, vérifier que la relation entre les pulsations spatiale et temporelle est la même qu'en 1D

- Donner l'expression de l'OPPH complexe $\underline{s}(\vec{r},t)$. Quelle autre convention peut-on utiliser ?
- Définir l'amplitude complexe de l'onde, regroupant l'info sur l'amplitude réelle et la phase à l'origine

Correspondance entre opérateurs différentiels / complexes

$$\frac{\partial}{\partial t}s \quad \leftrightarrow \quad (j\omega) \times \underline{s}$$

$$\vec{\nabla}s \quad \leftrightarrow \quad (-j\vec{k}) \times \underline{s}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v} \quad \leftrightarrow \quad (-j\vec{k}) \cdot \underline{\vec{v}}$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{v} \quad \leftrightarrow \quad (-j\vec{k}) \wedge \underline{\vec{v}}$$

2.3. Les OPP sonores sont longitudinales

- Rappeler la définition d'une onde longitudinale

- En écrivant en complexe l'équation de couplage entre vitesse et pression, montrer que les OPPH sonores sont longitudinales dans les fluides. En déduire que les OPP le sont également.
- *(Facultatif)* Sans utiliser les OPPH, montrer directement que les ondes sonores sont longitudinales

- Quel ingrédient manque-t-il au modèle (choisi depuis le début du chapitre interdit) pour envisager l'existence d'ondes transversales ? Avec le bon modèle de fluide, comment pourrait-on créer une onde transversale de cisaillement ? (cf. TD effet de peau en mécanique des fluides)

2.4. Couplage entre v et p – *Impédance acoustique*

Equations de couplage en physique des ondes

Tous les phénomènes ondulatoires naissent du couplage entre (au moins ?) deux grandeurs physiques.
La dérivée temporelle de l'une est égale à la dérivée spatiale de l'autre, et inversement.

Définition de l'impédance acoustique (OPP UNIQUEMENT, dont OPPH)

Dans le cas des OPP, ***l'impédance du milieu*** *permet de relier les grandeurs couplées.*

$$\boldsymbol{Z} \overset{\text{def}}{=} \frac{\boldsymbol{p}}{\boldsymbol{v}}$$

ou

$$\boldsymbol{Z} \overset{\text{def}}{=} \frac{\boldsymbol{p}}{\boldsymbol{vS}}$$

Remarque : Dans les cas que nous traiterons, l'impédance *ne dépend que des propriétés du milieu de propagation*, et éventuellement de la fréquence (si OPPH) : on parle donc « d'impédance du milieu de propagation ». Comme en élec, une fois connue l'impédance du milieu, connaître l'onde en pression suffit pour connaître celle en vitesse. Dans certaines circonstances, il peut être plus pratique de définir l'impédance acoustique comme le rapport de la surpression sur le débit volumique. Sans précision, c'est la première définition que nous utiliserons.

- Laquelle des 3 équations de départ va nous permettre d'établir l'expression de l'impédance acoustique du fluide ? L'établir pour une OPPH se propageant vers les x>0. Idem pour une OPPH allant vers les x<0.

L'impédance étant indépendante de la fréquence de l'OPPH, elle peut également être utilisée pour une OPP.
- *(Facultatif)* Sans faire appel aux sommations d'OPPH, retrouver le résultat directement avec une OPP

Expression de l'impédance acoustique (OPP UNIQUEMENT)

$$Z = \pm\, \mu_0 c$$

2.5. Intérêt du modèle d'OPP

Tout d'abord, commençons par l'intérêt de la sous-famille de solutions « OPPH ». D'après l'analyse de Fourier, elle permet d'engendrer toute OPP par sommation (discrète ou continue). Il faut sommer triplement sur les composantes du vecteur d'onde (i.e. sur les trois directions de propagation possibles $\overrightarrow{e_x}$, $\overrightarrow{e_y}$, $\overrightarrow{e_z}$) pour engendrer n'importe quelle onde. La sommation sur la pulsation ω est « incluse » dans cette triple intégration (cf. relation entre ω et k).

Mais… quel est l'intérêt des OPP pour l'étude des ondes ?
La définition mathématique d'une OPP – par exemple $f\left(t-\frac{x}{c}\right)$ pour la surpression – montre que c'est une onde illimitée selon les axes $\overrightarrow{e_y}$ et $\overrightarrow{e_z}$ du repère. Intuitivement, cette extension spatiale infinie de l'onde implique qu'elle transporte avec elle une quantité d'énergie infinie.

<u>Caractère non-physique des OPP</u>

*Le modèle **d'OPP ne correspond pas à une réalité physique** :*
c'est une base de décomposition des ondes réelles, solutions de l'équation de d'Alembert

Dans certaines circonstances pourtant, le modèle d'OPP peut décrire une onde réelle avec une bonne approximation. Toute onde réelle est limitée transversalement à sa direction de propagation. Considérons par exemple une onde ayant la forme d'un faisceau cylindrique de diamètre D (analogie avec un faisceau lumineux). Ce faisceau cylindrique a pu être façonné en faisant passer l'onde à travers un trou de diamètre D placé au centre d'un écran. Cela ressemble fortement à une expérience de diffraction…
Or l'étude de la diffraction montre que la limitation transversale d'une onde provoque la divergence du faisceau avec un angle de l'ordre de λ/D. Une onde plane limitée transversalement ne peut donc rigoureusement pas exister, à cause du phénomène de diffraction. Mais on pourra assimiler un faisceau limité transversalement à une OPP tant que la divergence du faisceau est faible, i.e. tant que $\lambda \ll D$.

<u>Les OPP comme modèle approximatif des larges faisceaux</u>

Un faisceau dont la dimension transversale D est très grande devant les longueurs d'onde λ présentes dans le spectre du faisceau peut être assimilé à une OPP.

3. Ondes sonores sphériques

On considère une situation à symétrie sphérique, i.e. invariante par rotation d'angles θ et φ en coordonnées sphériques. On peut imaginer comme situation concrète un son émis par une source quasi-ponctuelle.

L'expression du laplacien en coordonnées sphériques permet alors d'écrire l'équation de d'Alembert vérifiée par la surpression $p(r,t)$ de la manière suivante :

$$\frac{\partial^2(r\times p)}{\partial t^2}=c^2\frac{\partial^2(r\times p)}{\partial r^2}$$

La solution générale est donc :

$$p(r,t)=\frac{f(r-ct)}{r}+\frac{g(r+ct)}{r}$$

Les surfaces d'onde sont définies à $\Phi(r,t)=C^{te}$, et l'on remarque donc que ces surfaces sont des sphères. Le premier terme s'interprète comme une onde sphérique divergente à partir de l'origine du repère. Le second comme une onde sphérique convergente vers l'origine du repère.

- Donner l'expression mathématique d'une onde sphérique divergente et harmonique
- L'écrire en notation complexe, et déterminer la relation de dispersion

On note qu'une telle onde est très similaire à une OPPH, seul le terme $1/r$ les différentie. On expliquera plus loin l'origine physique de ce terme, mais notons déjà que cette baisse d'amplitude au cours de la propagation n'est pas due à un phénomène dissipatif, puisque l'équation de d'Alembert n'incorpore pas ce type « d'ingrédient ».

Pour finir, en remarquant qu'une onde sphérique peut être localement assimilée à son plan tangent, une onde sphérique est donc localement assimilable à une onde plane. Concrètement, cette approximation peut être faite lorsque l'on étudie une onde sphérique suffisamment loin de la source qui l'a émise.

4. Aspects énergétiques des ondes sonores

4.1. Energies associées aux ondes sonores – Equation de conservation

- *(Facultatif)* Soit une particule de fluide, de section S, de masse m et de longueur à l'équilibre L_0 (dimension prise longitudinalement à la propagation). On l'assimile à un ressort, et les forces de pression s'appliquent sur les sections gauche et droite de la particule. Montrer que :
  - la compression $(L_0 - L)$ de la particule dû à la surpression s'écrit $\mu m/(\mu_0^2 S)$
  - d'après la relation force/compression du ressort, sa raideur s'écrit $k = \mu_0 S^2/(m\chi_s)$
  - l'énergie potentielle d'un ressort peut s'écrire $E_p = \frac{1}{2}F^2/k$

  En déduire l'expression de l'énergie potentielle volumique élastique associée à l'onde acoustique

Equation locale de conservation de l'énergie acoustique *(admise)*

$$\frac{\partial e}{\partial t} + div(\vec{\Pi}) = 0$$

$$e \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{2}\mu_0 v^2 + \frac{1}{2}\chi_s p^2$$

$$\vec{\Pi} \stackrel{\text{def}}{=} p\vec{v}$$

Le terme d'énergie volumique stockée est la somme de l'énergie cinétique volumique associée à l'onde, et de l'énergie potentielle élastique volumique associée à la compression élastique des particules de fluide.

- Interpréter physiquement chacun des termes de l'équation de conservation

Le « vecteur densité de courant d'énergie » est un débit surfacique d'énergie : donc une puissance surfacique. Cette puissance surfacique est orientée sortant de la particule de fluide.

4.2. Application aux OPPH

*Attention de toujours travailler avec les **grandeurs réelles** lors de raisonnements énergétiques, la notation complexe n'étant pas adaptée (grandeurs quadratiques, non linéaires).*

- Ecrire l'OPPH en surpression. En déduire l'OPPH en vitesse grâce à l'impédance.
- Montrer que l'énergie cinétique volumique est égale à l'énergie potentielle volumique.
- Etablir l'expression du vecteur puissance surfacique.
- Etablir la relation entre e, $\vec{\Pi}$ et c. Interpréter physiquement cette relation.

4.3. Intensité acoustique (ou Puissance acoustique)

Définition intensité acoustique *:*
une puissance surfacique moyenne

$$I \stackrel{\text{def}}{=} \langle \|\vec{\Pi}\| \rangle$$

$$\boldsymbol{I_{dB} = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right)}$$

$$I_0 = 10^{-12}\ W.m^{-2}$$

Odg : pièce silencieuse 30 dB, bébé pleure 80 dB (1000 dB si l'on est fatigué), marteau piqueur 130 dB
Le facteur 10 pour définir le décibel ici est cohérent avec le facteur 20 en élec (diagramme de Bode)

4.4. Ondes sphériques et interprétation physique du facteur 1/r

On rappelle qu'une onde sphérique est localement assimilable à une onde plane. Sans refaire les calculs, on admet que localement $\vec{\Pi} = e \times c\,\vec{u_r}$: la puissance surfacique est transportée par l'onde selon la direction radiale (direction de propagation de l'onde). On en déduit que la puissance surfacique décroît en $1/r^2$.

Le flux du vecteur puissance surfacique $\vec{\Pi}$ à travers une sphère de rayon r centrée sur l'origine du repère (où est située la source de l'onde sphérique) est donc indépendant de r… C'est conforme à la loi de conservation de l'énergie !

L'origine du facteur $1/r$ des ondes sphériques en pression et en vitesse s'explique donc par la nécessité de la puissance surfacique de décroître en $1/r^2$, du fait de la loi de conservation de l'énergie.

5. Réflexion et transmission des ondes sonores à une interface

On s'intéresse ici à une OPPH incidente sur une interface plane entre deux fluides. Comme on l'a dit dans le chapitre précédent, tout 'obstacle' rencontré par l'onde génère a priori une onde réfléchie et une onde transmise.

Conformément au programme, on se limite à une incidence normale sur le « dioptre » acoustique. L'objectif est de déterminer quelle proportion (en amplitude, puis en puissance) de l'onde incidente est réfléchie ou transmise à travers l'interface.

5.1. Conditions de continuité à l'interface

*En **incidence normale**, la **vitesse** et la **surpression** sont **continues à l'interface** entre deux fluides*

Les interfaces envisageables sont :
- interface horizontale entre un gaz et un liquide (air-eau par exemple)
- interface entre deux liquides non miscibles

La vitesse et la surpression sont des fonctions continues de la position :
- justification pour la vitesse : les deux fluides sont non miscibles, et ne s'interpénètrent pas. Donc la composante normale de la vitesse est continue. Remarque : un 'décollement' entre les deux fluides n'est pas raisonnable dans le cas des ondes de petites amplitudes (cas du cours, cf. approximation acoustique). Dans le cas d'une onde de grande amplitude, un décollement se traduirait localement par une vaporisation du liquide (phénomène de cavitation).
- justification pour la surpression : on considère une tranche de fluide d'épaisseur ε à cheval sur l'interface. On lui applique la RFD et on fait tendre son épaisseur vers zéro $\varepsilon \to 0$. On en déduit que la pression est continue, donc la surpression puisque la pression à l'équilibre est nécessairement identique des deux côtés de l'interface. Remarque : en présence d'effet de tension superficielle, cette force supplémentaire pourrait invalider la continuité de la pression.

➢ Si la vitesse comportait une composante tangentielle à l'interface, que pourrait-on dire ?

5.2. Coefficients de réflexion/transmission en amplitude

On note $x = 0$ la position de l'interface entre les deux fluides, d'impédances Z_1 et Z_2

- Introduire la notation complexe pour les trois ondes en vitesse : incidente, réfléchie et transmise.
- En déduire les expression des ondes en surpression (grâce à l'impédance)
- Ecrire les conditions de continuité reliant ces 3 ondes.
- En déduire que les pulsations des ondes réfléchie et transmise sont égales à la pulsation incidente.
- En déduire les expressions des vecteurs d'onde des ondes réfléchie et transmise

<u>Définition des coefficients en amplitude</u>

$$\underline{r_v} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\underline{v_r}(x=0,t)}{\underline{v_i}(x=0,t)}$$

$$\underline{t_v} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\underline{v_t}(x=0,t)}{\underline{v_i}(x=0,t)}$$

Idem en surpression : $\underline{r_p}$ *et* $\underline{t_p}$

Dans ces définitions, les ***ondes sont évaluées au niveau de l'interface*** *(*$x = 0$ *ici)*

- Etablir les expressions de ces 4 coefficients en amplitude en fonction des impédances Z_1 et Z_2
- Les discuter physiquement (effet inversion des deux fluides ? déphasages ? cas extrêmes)
- Faire l'analogie avec le cas du câble coaxial d'impédance Z_1 relié à un autre câble d'impédance Z_2
- *(Facultatif)* Idem avec la corde fixée à une extrémité (Z_2 infinie)

<u>Remarque</u> : *Dans le milieu de l'onde incidente, l'onde totale après réflexion n'est en général ni stationnaire, ni progressive, mais un mélange des deux : une onde stationnaire, plus un « reste » d'onde progressive (réfléchie ou incidente, selon le module du coefficient de réflexion).On peut d'ailleurs définir un « taux d'onde stationnaire ».*

5.3. Coefficients de réflexion/transmission en puissance

<u>Définition des coefficients en puissance</u>

$$R = \frac{\langle \|\overrightarrow{\Pi_r}\|(x=0,t)\rangle}{\langle \|\overrightarrow{\Pi_\imath}\|(x=0,t)\rangle}$$

$$T = \frac{\langle \|\overrightarrow{\Pi_t}\|(x=0,t)\rangle}{\langle \|\overrightarrow{\Pi_\imath}\|(x=0,t)\rangle}$$

Les puissances surfaciques moyennes (en norme) étant évaluées au niveau de l'interface ($x = 0$ *ici)*

- Etablir les expressions de ces 4 coefficients en puissance (*revenir en notation réelle !!)*
- Les interpréter physiquement (symétrie par inversion des deux fluides ? conservation de l'énergie ?)
- Que se passe-t-il quand les impédances des deux fluides sont égales (« adaptées ») ?
- Quelle est l'impédance de l'air ambiant ? et de l'eau ? En déduire le coefficient de transmission en puissance entre les deux milieux. Conclusion ?

- Faire l'analogie avec le cas du câble coaxial d'impédance Z_1 relié à un autre câble d'impédance Z_2

6. Détection hétérodyne d'un mouvement par décalage fréquentiel (effet Doppler)

6.1. Effet Doppler : expression du décalage fréquentiel

On considère un émetteur E se déplaçant à la vitesse $\overrightarrow{v_e} = v_e \overrightarrow{u_x}$, et un récepteur R se déplaçant sur l'axe Ox à la vitesse $\overrightarrow{v_r} = v_r \overrightarrow{u_x}$ (v_e et v_r sont algébriques). Les ondes sonores se déplacent à une vitesse égale à la célérité c.

Pour simplifier, on considère un signal émis constitué d'impulsions séparées d'une durée $T_e = 1/f_e$. On transposera ensuite le résultat au cas d'une onde harmonique. Le récepteur R mesure la fréquence f_r du signal reçu.

On montre ci-dessous que la fréquence perçue par le récepteur R est :

$$f_r = f_e \frac{c - v_r}{c - v_e}$$

A un instant pris comme origine des temps, l'émetteur se trouve en A_0 et le récepteur R en B_0 distant de L de A_0 : $A_0B_0 = L$.

- Déterminer les équations horaires des mouvements :
  - de l'émetteur E
  - du récepteur R
  - de la n^e impulsion, à partir de l'instant où celle-ci est émise
- Déterminer la durée entre la réception par R de l'impulsion n et l'impulsion $n+1$
- En déduire la relation entre f_r et f_e. Interpréter physiquement le résultat (discussion en fonction des signes)
- Pourquoi peut-on transposer ce résultat lorsque l'onde émise est une OPH ?
- Que devient la relation entre fréquences émise et reçue si l'émetteur est fixe ?

6.2. Application à la détection radar par effet Doppler

On considère à présent un radar, constitué d'un émetteur fixe servant aussi de récepteur final. Le récepteur R des calculs précédents est un véhicule, qui réfléchit le signal de fréquence f_r vers le radar.

- Dans le cas classique où $|v_r| \ll c$, montrer que la fréquence f' détectée par le radar s'écrit :

$$f' = f_e \left(1 - \frac{2v_r}{c}\right)$$

- Application : la gendarmerie utilise un radar à effet Doppler pour contrôler la vitesse des véhicules. Un tel radar fonctionne sur le principe précédent. Le signal est une onde électromagnétique hertzienne sinusoïdale de fréquence f = 5 GHz. On supposera que la célérité des ondes électromagnétiques dans l'air est celle des ondes électromagnétiques sinusoïdales planes dans le vide, soit $c = 3.10^8$ m.s^{-1}. Donner la vitesse (en km/h) d'un véhicule si une mesure donne $|\Delta f| = 972\ Hz$

Animation : http://anisciences.free.fr/demos/ani_1/ondbi/19dop.swf

- Proposer un montage électronique permettant la mesure précise de la différence de fréquence $(f' - f_e)$ entre l'émission et la réception par le radar. On proposera une détection hétérodyne de la variation de fréquence : cela consiste à multiplier le signal reçu par un signal de référence de fréquence connue : ici le signal émis

7. (*Compléments*) **Ondes stationnaires dans les tuyaux sonores**

On considère des ondes sonores évoluant dans un tuyau rectiligne de section constante. On recherche les modes propres de cette cavité.

7.1. Les différentes conditions aux limites possibles

- ➢ Donner la forme mathématique d'une OS en surpression.
- ➢ En déduire la forme mathématique d'une OS en vitesse à partir de la RFD linéarisée. Pourquoi ne peut-on pas utiliser l'impédance ?

On considère les deux conditions aux limites extrêmes au bout d'un tuyau :

  - fermé par une membrane rigide
  - ou ouvert à l'air libre.

- ➢ Exprimer mathématiquement ces conditions aux limites.

- ➢ Faire l'analogie avec la corde vibrante.
- ➢ Faire l'analogie avec le câble coaxial.

7.2. Modes propres des tuyaux

- ➢ Si le tuyau est fermé aux deux extrémités, montrer que seules certaines OS peuvent exister
- ➢ Comment appelle-t-on ces OS ?
- ➢ Représenter graphiquement ces OS.

- ➢ En raisonnant graphiquement, dessiner les OS possibles lorsque les deux extrémités du tuyau sont ouvertes.

- ➢ En raisonnant graphiquement, dessiner les OS possibles lorsque une est fermée et l'autre ouverte. Toutes les harmoniques sont-elles présentes dans ce cas ?

Les instruments à vent peuvent être classés en deux catégories : les flûtes et les instruments à anche (clarinette).
Lorsque l'on souffle dans l'instrument, on excite certains modes propres de la cavité. Flûte : tuyau ouvert aux deux bouts. Clarinette : fermée du côté de l'anche.

7.3. Aspects énergétiques

On considère une OS quelconque de la cavité.

- ➢ Montrer que le vecteur puissance surfacique est nul en moyenne. Interpréter physiquement.
- ➢ Etablir les expressions des énergies volumiques moyennes. En déduire que l'énergie volumique totale est uniformément répartie dans le tuyau.

1.2. Ondes sonores dans les fluides	
Approximation acoustique.	Classer les ondes sonores par domaines fréquentiels. Justifier les hypothèses de l'approximation acoustique par des ordres de grandeur. En comparant l'amplitude du déplacement à la longueur d'onde, montrer que l'accélération de la particule de fluide s'écrit $\frac{\partial \vec{v}}{\partial t}$ lorsque v << c. Écrire les trois équations locales linéarisées.
Équation de d'Alembert pour la surpression.	Déterminer l'équation de propagation de la surpression dans une situation unidirectionnelle en coordonnées cartésiennes. Utiliser sa généralisation admise à trois dimensions avec l'opérateur laplacien.
Célérité.	Exprimer la célérité en fonction de la température pour un gaz parfait.
	Citer les ordres de grandeur de la célérité pour l'air et pour l'eau.
Densité volumique d'énergie sonore, vecteur densité de courant énergétique. Intensité acoustique, niveau sonore.	Utiliser les expressions admises du vecteur densité de courant énergétique et de la densité volumique d'énergie associés à la propagation de l'onde. Définir l'intensité acoustique en $W.m^{-2}$ et le niveau sonore en décibels. Citer quelques ordres de grandeur (minimum d'audition, seuil de douleur, conversation).
Ondes planes progressives harmoniques. Impédance acoustique définie comme le rapport de la surpression sur le débit volumique ou comme le rapport de la surpression sur la vitesse.	En relation avec la diffraction, discuter la validité du modèle de l'onde plane en comparant la dimension latérale à la longueur d'onde. Décrire le caractère longitudinal de l'onde sonore. Établir et utiliser l'impédance acoustique. Utiliser le principe de superposition des ondes planes progressives harmoniques.
Onde sonore sphérique.	Commenter l'expression de la surpression $p(r,t) \propto \frac{1}{r}\cos(\omega(t-\frac{r}{c}))$ générée par une sphère pulsante.
Effet Doppler.	**Mettre en œuvre une détection hétérodyne pour mesurer une vitesse par décalage Doppler.**

Le bloc 3 est consacré à la réflexion et la transmission d'ondes à une interface plane sous incidence normale en acoustique et en électromagnétisme. Les relations de passages pour le champ électromagnétique sont affirmées, toute démonstration est hors programme. Tout calcul de courant à partir du vecteur densité de courant surfacique est à proscrire.

Notions et contenus	Capacités exigibles
3. Interfaces entre deux milieux	
3.1. Cas des ondes sonores	
Réflexion, transmission d'une onde sonore plane progressive sous incidence normale sur une interface plane infinie entre deux fluides : coefficients de réflexion et de transmission en amplitude des vitesses, des surpressions et des puissances sonores.	Expliciter des conditions aux limites à une interface. Établir les expressions des coefficients de transmission et de réflexion en amplitude de surpression, en amplitude de vitesse ou en puissance. Relier l'adaptation des impédances au transfert maximum de puissance.
Applications.	**Approche documentaire :** décrire la mise en œuvre des ondes ultra-sonores pour l'échographie médicale.