

Thermodynamique – TD 6 : Machines thermiques

Exercice 1 : Régime transitoire d'un réfrigérateur

L'intérieur d'un réfrigérateur est assimilé à un système de capacité thermique C de température T_2 lentement variable. Son isolation thermique étant imparfaite, il échange avec l'extérieur de température T_1 une puissance thermique proportionnelle à l'écart de température (« fuites thermiques ») :

$$P_{fuite} = G(T_1 - T_2)$$

Le moteur qui fait fonctionner la machine frigorifique fournit une puissance mécanique P_M au fluide circulant.

On suppose que l'efficacité frigorifique de la machine est égale à celle d'une machine réversible fonctionnant au contact des deux sources de chaleur T_1 et T_2 , affectée d'un coefficient multiplicateur η .

1. Le coefficient η est-il inférieur ou supérieur à 1 ?
2. En effectuant un bilan énergétique sur une durée de fonctionnement dt , établir l'équation différentielle vérifiée par $T_2(t)$. On pourra considérer les deux systèmes : {intérieur du frigo} et {fluide circulant}.
3. Déterminer la valeur de T_2 au bout d'un temps suffisamment long.

Problème 2 : Moteur de scooter (extrait petites Mines 1999)

Le moteur d'un scooter peut être représenté simplement par un piston enfermant un gaz constitué d'un mélange d'air et de carburant (« mélange carburé »). Ce gaz reçoit de la chaleur suite à la combustion du mélange carburé, et fournit du travail au piston (le fait bouger), ce qui permet de faire tourner le moteur du scooter.

C'est un moteur « à deux temps », qui *effectue un tour* lorsque le gaz parcourt le cycle (FBCDF) suivant :

- Premier temps : compression du mélange air-carburant (FB), puis combustion (BC)
- Deuxième temps : détente (CD), échappement des gaz de combustion et admission d'une nouvelle charge de mélange carburé (DF)

On fait les hypothèses suivantes :

- la combustion (BC) est instantanée et le piston n'a pas le temps de se déplacer $V_B = V_C$;
- la détente (CD) et la compression (FB) sont adiabatiques réversibles ;
- lors de l'échappement et de l'admission (DF) quasi-instantanés, le volume du cylindre est constant $V_F = V_D$.

On appelle *cylindrée du moteur* la différence $V_D - V_C$ et *taux de compression* le rapport $a = \frac{V_D}{V_C}$. On suppose que le mélange air-carburant est un gaz parfait ($\gamma = 1,4$) de masse molaire $M = 29 \text{ g.mol}^{-1}$. La constante des gaz parfait est $R = 8,314 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$. En F : $T_F = 300 \text{ K}$ et $P_F = 10^5 \text{ Pa}$.

La notice technique d'un scooter donne :

- vitesse maximale : 45 km.h^{-1}
- régime du moteur à cette vitesse : $7000 \text{ tours.min}^{-1}$
- puissance du moteur à cette vitesse (travail fourni par le gaz par unité de temps) : $4,40 \text{ kW}$
- cylindrée : $49,5 \text{ cm}^3$
- course du piston (distance parcourue par le piston pour aller de sa position la plus haute à sa position la plus basse) : $39,2 \text{ mm}$

1. Tracer l'allure du cycle (FBCDF) sur un diagramme de Watt (P, V).
2. Lorsque le scooter roule à son allure maximale, quelle est la durée d'un cycle ?
(question à sauter éventuellement, ne pas bloquer dessus) :
Comparer la vitesse moyenne du piston sur un cycle à un ordre de grandeur de la vitesse quadratique moyenne des molécules en F. Peut-on en déduire une caractéristique des transformations (CD) et (FB) ?
3. La pression en fin de compression est de 6.10^5 Pa . En déduire le taux de compression a .
4. Exprimer le travail fourni W par le moteur au cours d'un cycle en fonction de γ , P_F , V_D et des températures T_F , T_B , T_C et T_D .
5. Exprimer la chaleur Q_{BC} reçue par le système lors de la combustion, en fonction de γ , P_F , V_D , T_C , T_B , T_F .
6. On définit le rendement du moteur par : $\eta = \left| \frac{W}{Q_{BC}} \right|$. Montrer que $T_D > T_F$ et $T_B > T_C$. Exprimer η en fonction de a et γ .
7. En prenant $\eta = 0,4$, calculer la chaleur libérée à chaque cycle par la combustion lorsque le scooter roule à $45 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, sa puissance étant $P = 4,4 \text{ kW}$.
8. Sachant que le pouvoir calorifique de l'essence, c'est-à-dire la chaleur libérée par la combustion de 1 cm^3 d'essence, est $q = 30 \text{ kJ} \cdot \text{cm}^{-3}$, déterminer la consommation d'essence en $L/100 \text{ km}$, à vitesse maximale.

Problème 3 : Pompe à chaleur (extrait petites Mines 2005)

Une pompe à chaleur effectue le cycle de Joule inversé suivant. L'air pris dans l'état A de température T_0 et de pression P_0 est comprimé suivant une adiabatique quasi-statique jusqu'au point B où il atteint la pression P_1 . Le gaz est ensuite refroidi à pression constante et atteint la température finale de la source chaude T_1 correspondant à l'état C . Le gaz est encore refroidi dans une turbine suivant une détente adiabatique quasi-statique pour atteindre l'état D de pression P_0 . Le gaz se réchauffe enfin à pression constante au contact de la source froide et retrouve son état initial.

On considère que l'air est un gaz parfait de coefficient isentropique $\gamma = 1,4$. On pose $\beta = 1 - \frac{1}{\gamma}$ et $a = \frac{P_1}{P_0}$.
On prendra $T_0 = 283 \text{ K}$, $T_1 = 298 \text{ K}$, $a = 5$ et $R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$.

1. Représenter le cycle parcouru par le gaz dans le diagramme de Clapeyron donnant la pression en fonction du volume.
2. Rappeler les conditions nécessaires pour assurer la validité des formules de Laplace. Démontrer la formule de Laplace relative à la pression et à la température.
3. En déduire l'expression des températures T_B et T_D des états B et D en fonction de T_0 , T_1 , a et β . Préciser leur valeur numérique.
4. L'efficacité e de la pompe à chaleur est définie par $e = -\frac{Q_{BC}}{W}$. L'exprimer en fonction des transferts thermiques du cycle.
5. En déduire l'expression de e en fonction des températures des états A , B , C et D . L'exprimer ensuite en fonction de a et β . Donner sa valeur numérique.
6. Déterminer l'expression de l'entropie créée S_c pour une mole d'air au cours du cycle de Joule en fonction de R , β et $x = a^\beta \frac{T_0}{T_1}$.
7. Etudier le signe de S_c en fonction de x . Était-ce prévisible ? Faire l'application numérique.

Exercice 4 : Cycle de Brayton

Dans tout le problème, le gaz subissant les différentes transformations est assimilé à de l'air considéré comme un gaz parfait. Le rapport γ des chaleurs massiques sera pris constant et égal à 1,4.

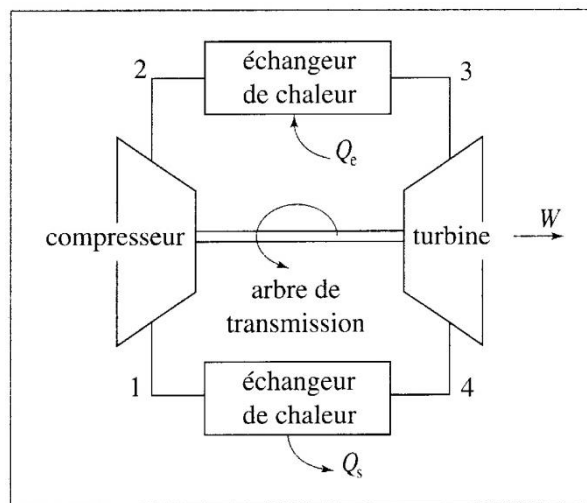
Les transformations seront toutes considérées comme réversibles. On se propose d'étudier un dispositif de turbine à gaz fonctionnant suivant un cycle de Brayton. Il s'agit d'un cycle moteur.

Le schéma de principe du système est représenté ci-dessous. Les grandeurs échangées sont algébrisées selon les conventions habituelles par rapport au système.

Attention : On notera que sur le schéma, le sens des flèches représente le sens réel des échanges. Les notations « Q » et « W » feront quant à elles référence au sens conventionnel habituel.

Les différentes transformations sont les suivantes :

- 1 → 2 : compression isentropique dans le compresseur ;
- 2 → 3 : apport de chaleur Q_e à pression constante ;
- 3 → 4 : détente isentropique dans la turbine ;



- 4 → 1 : dégagement de chaleur Q_s à pression constante.

1. Calculer l'entropie d'une mole de gaz parfait en variable P et T . On note S_0 l'entropie d'une mole de gaz parfait à la température T_0 et à la pression P_0 .

2. Représenter le cycle :

- dans le diagramme de Clapeyron ;
- dans le diagramme entropique.

3.1. Définir le rendement η du cycle.

3.2. Calculer ce rendement en fonction de γ et du rapport des pressions $r = \frac{P_2}{P_1}$.

3.3. Tracer l'allure de la courbe représentative de $\eta = f(r)$. Commenter son allure.

4.1. En quel point du cycle la température est-elle maximale ?

4.2. Les températures maximale et minimale atteintes au cours du cycle étant respectivement $T_{max} = 1000 \text{ K}$ et $T_{min} = 300 \text{ K}$, déterminer la valeur de r rendant maximal le travail fourni par le système. Calculer alors le rendement correspondant.

Exercice 5 : Moteur ditherme avec sources de chaleur de températures variables

On dispose de deux récipients calorifugés contenant chacun une masse $m = 10^3 \text{ kg}$ d'eau liquide. L'une est à la température $T_{10} = 360 \text{ K}$, l'autre à la température $T_{20} = 280 \text{ K}$. Chacun de ces récipients sert de « pseudo-source » à un moteur thermique.

Au cours d'un cycle de la machine, la variation de température de l'eau des récipients est supposée négligeable.

1. Quand le moteur s'arrête-t-il de fonctionner ?
2. Déterminer le travail maximal que l'on peut espérer retirer de ce dispositif sur toute la durée de son fonctionnement.

Donnée : Chaleur massique de l'eau liquide $c = 4,18 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

Exercice 6 : Cycle de Stirling

Un gaz, supposé parfait, décrit un cycle moteur composé de deux isothermes (source chaude de température T_1 et source froide de température T_2) et de deux isochores. Toutes les évolutions sont supposées quasi-statique.

1. Tracer l'allure du cycle en coordonnées (P,V).
2. Montrer que les quantités de chaleur échangées au cours des évolutions isochores sont opposées.
3. On admet que ces échanges de chaleur se font avec un *régénérateur*, interne à la machine, et que les seuls échanges thermiques avec l'extérieur ont lieu pendant les phases isothermes. Déterminer le rendement du cycle. Commenter le résultat.