Diffusion chap.1 : Activités
Diffusion de particules

2. Lois de la diffusion

2.1 Bilan de particules unidim unidir : équation de conservation

Activité 1 : Début du raisonnement canonique n°1 ✪

On considère la diffusion unidimensionnelle et unidirectionnelle de particules le long d'un cylindre rectiligne (section S) reliant deux réservoirs. Le type de particules et le type de support matériel (fluide ou solide) à l'intérieur duquel les particules diffusent ne sont pas précisés. Le réservoir de gauche est plus concentré en particules que celui de droite.

A. Les particules diffusent entre les deux réservoirs du fait de la différence de concentration. Dans quel sens est orienté le flux de particules ?

B. En considérant une tranche élémentaire du cylindre, faire un bilan de particules, i.e. écrire que le nombre de particules se conserve : *« l'augmentation algébrique du stock est égale à ce qui entre moins ce qui sort »*.

C. Dans ce bilan, faire apparaître la densité volumique $n(x,t)$ et le vecteur densité de flux $\vec{j}(x,t)$, et en déduire l'équation locale de conservation.

2.2 Cas avec production et disparition de particules

Activité 2 : S'approprier

On note les taux de production et de disparition de particules τ_p et τ_d (définis positifs). Les faire apparaître dans l'équation locale avec les bons signes. Préciser leur unité.

2.4 Conséquence : Equation de la diffusion

Activité 3 : Fin du raisonnement canonique n°1 ✪

A. Dans le cas unidimensionnel, utiliser Fick pour établir ce résultat
B. Démontrer cette loi dans le cas général

3 Exploitations de l'équation de diffusion

3.2 Longueur et temps caractéristiques de diffusion

Activité 4 : Raisonnement canonique ✪

Via un « raisonnement par ordre de grandeur » (ou par « analyse dimensionnelle »), établir le lien entre ***longueur caractéristique*** $\boldsymbol{L_c}$ et ***temps caractéristique*** $\boldsymbol{\tau_c}$ de diffusion :

3.3 Exemple de résolution de l'équation de diffusion

Activité 5 : Réaliser

La solution générale dépendante du temps est généralement très difficile à établir. Dans le cas d'une goutte d'encre déposée sur un buvard, avec les conditions suivantes :

- $n(x, 0) = 0 \; si \; x \neq 0$ (C.I.)
- $n(\pm\infty, t) = 0$ $\quad \frac{\partial n}{\partial x}(\pm\infty, t) = 0$ (C.L.)

la solution générale est une gaussienne de la position, de largeur croissante du temps :

$$n(x,t) = \frac{A}{\sqrt{Dt}} \exp\left(-\frac{x^2}{4Dt}\right)$$

❖ Déterminer l'évolution avec le temps de la largeur à mi-hauteur $L(t)$ de la tâche de diffusion.