

**Exercice 1 : Pince ampèremétrique (MPonts PSI 2014)**

Calcul d'une mutuelle inductance + exemple d'application classique de l'induction

### III. — Étude d'une pince ampèremétrique

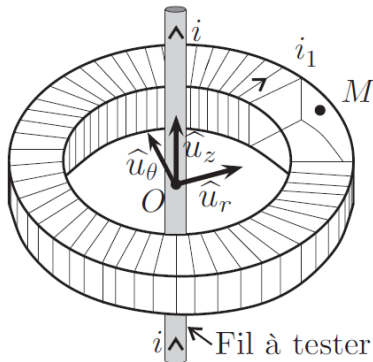


FIGURE 4 – Partie active de la pince

Une pince ampèremétrique est un appareil dont l'extrémité possède la forme d'un tore. En disposant ce tore autour d'un conducteur parcouru par un certain courant le dispositif équipant la pince permet d'en mesurer l'intensité.

Son principal intérêt est l'absence de contact physique avec le conducteur et le fait qu'il ne soit pas nécessaire d'ouvrir le circuit pour mesurer le courant qui le traverse contrairement à l'implantation d'un ampèremètre classique.

Le dispositif de mesure de la pince ampèremétrique est formé d'un bobinage torique comportant  $N$  spires enroulées sur un tore de section rectangulaire de rayon intérieur  $a$ , de rayon extérieur  $b$ , d'épaisseur  $c$ , d'axe  $(O, z)$ . Le fil conducteur utilisé pour le bobinage possède une résistance linéique  $\lambda$ .

Un point  $M$  intérieur au tore est repéré par ses coordonnées cylindriques :  $\overrightarrow{OM} = r\hat{u}_r + z\hat{u}_z$  avec  $r \in [a, b]$  et  $z \in [0, c]$ .

Un fil rectiligne infini de même axe  $(O, z)$  est parcouru par un courant d'intensité  $i(t)$ . On note  $i_1(t)$  l'intensité du courant circulant dans la bobine torique. On se place dans l'approximation des états quasi-stationnaires.

□ **13** — Rappeler ce qu'on appelle approximation des états quasi-stationnaires. Montrer que cette approximation permet de simplifier l'équation de Maxwell-Ampère. Énoncer dans ce cas le théorème d'Ampère.

□ **14** — Montrer qu'au point  $M$  intérieur au tore, le champ magnétique peut se mettre sous la forme  $\vec{B} = B(r)\hat{u}_\theta$  où l'on précisera l'expression de  $B(r)$  en fonction de  $\mu_0$ ,  $i(t)$ ,  $i_1(t)$ ,  $N$  et  $r$ .

□ **15** — Calculer le flux  $\Phi$  de  $\vec{B}$  à travers le bobinage et en déduire les expressions des coefficients d'autoinductance  $L$  du bobinage et de mutuelle inductance  $M$  entre le fil et le bobinage.

□ **16** — Déterminer l'expression de la résistance totale  $R_p$  du bobinage en fonction de  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $N$  et  $\lambda$ .

On se place en régime sinusoïdal forcé avec  $i(t) = I_0\sqrt{2}\cos(\omega t)$  associée à l'intensité complexe  $\underline{i} = I_0\sqrt{2}e^{j\omega t}$  et  $i_1(t) = I_1\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi_1)$  associée à l'intensité complexe  $\underline{i}_1 = I_1\sqrt{2}e^{j\omega t}e^{j\varphi_1}$ .

□ **17** — Le bobinage formant un circuit fermé, déterminer l'expression de la fonction de transfert  $\underline{H} = \frac{\underline{i}_1}{\underline{i}}$  en fonction de  $M$ ,  $\omega$ ,  $R_p$  et  $L$ .

□ **18** — Dans quel régime de pulsation ce dispositif peut-il former une pince ampèremétrique ?

## Exercice 2 : Fonctionnement d'un haut-parleur électrodynamique

Autre méthode de calcul de la fém d'induction

Principe fonctionnement haut-parleur

L'équipage mobile de masse  $m$  est constitué d'un solénoïde de longueur totale  $\ell$  placé dans un champ  $B$  radial uniforme et stationnaire (créé par l'aimant en gris, du nord N vers le sud S), et solidaire d'une membrane. Il est soumis :

- à son poids ;
- à une réaction du support normale au déplacement car sans frottement sec ;
- à une force de rappel de la membrane, modélisée par  $\vec{F} = -k \cdot z \cdot \vec{u}_z$  ;
- à une force de frottement fluide  $\vec{f} = -\lambda \frac{dz}{dt} \vec{u}_z$  ; dont on peut montrer qu'elle traduit l'émission d'une onde sonore ;

1. Etude mécanique : déterminer l'EDiff vérifiée par  $z(t)$  en appliquant la RFD au bobinage ; on gardera le courant  $i(t)$  dans l'équation.
2. Etude électrique : comment modéliser électriquement le bobinage en tenant compte des effets de l'induction ? Dessiner le schéma équivalent du circuit électrique : alimentation  $u(t)$  et bobinage. Déterminer la fém d'induction (due à l'aimant) en utilisant l'équation générale de conversion de puissance électromécanique :

$$\vec{F}_{laplace} \cdot \vec{v} + ei = 0$$

En déduire alors l'EDiff vérifiée par  $i(t)$ .

3. En régime sinusoïdal forcé (imposé par le générateur  $u(t)$ ), déterminer les amplitudes complexes de la position du bobinage  $\underline{Z}$  et de courant  $\underline{I}$ .

## Exercice 3 : Spire dans un champ variable

Calcul mutuelle inductance, situation facile à modéliser

Bilan de puissance en présence d'induction propre et mutuelle

Une spire circulaire plate, de rayon  $a$ , de résistance négligeable est placée à l'intérieur et sur l'axe d'un solénoïde d'inductance propre  $L$  et de résistance  $R$ , l'axe de la spire étant confondu avec celui du solénoïde. La spire est placée au milieu du solénoïde, ce qui implique que le champ créé par le solénoïde est proche de celui déterminé en cours dans le cas du solénoïde infini.

La spire d'inductance  $L'$  est connectée à une résistance  $r$ . Il est évident que  $L' \ll L$ .

Le solénoïde est alimenté par une source de courant qui impose à partir de  $t = 0$  une rampe  $i(t) = \alpha t$ , avec  $\alpha > 0$ . On notera que ce générateur crée cette rampe indépendamment du circuit sur lequel il est branché.

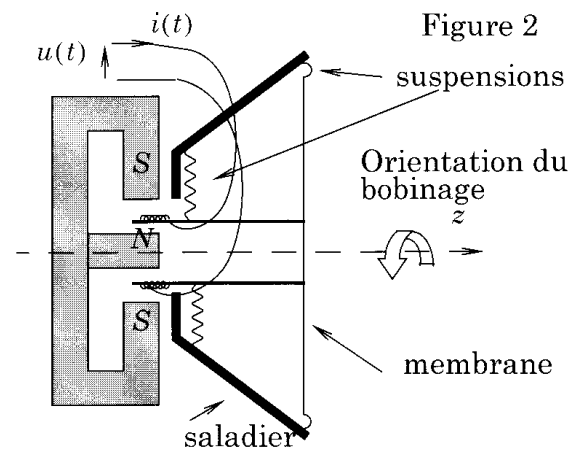
1. Montrer que le flux envoyé par le solénoïde sur la spire peut se mettre sous la forme  $\Phi = M i(t)$ . Justifier le signe de  $M$  en fonction des conventions d'orientation choisies.
2. Déterminer le courant  $i'(t)$  qui apparaît dans la spire en fonction de  $L'$ ,  $M$ ,  $\alpha$  et  $r$
3. Déterminer la f.é.m. de mutuelle induction de la spire vers le solénoïde. On rappelle que cette mutuelle induction ne modifie pas le courant  $i(t)$ , d'après le fonctionnement du générateur. Expliquer pourquoi cette mutuelle induction est nécessairement très faible devant le phénomène d'induction propre dans le solénoïde.
4. Déterminer la puissance instantanée  $P_g$  fournie par le générateur de courant en fonction de  $R$ ,  $r$ ,  $L$ ,  $M$ ,  $L'$ ,  $\alpha$  et  $t$ .
5. Faire un bilan énergétique de l'ensemble du montage, i.e. expliquer comment se distribue la puissance délivrée par le générateur.

## Exercice 4 : Inductance propre d'une bobine torique

Calcul d'inductance propre

On considère une bobine torique constituée de  $N$  spires rectangulaires uniformément réparties autour d'un axe  $Oz$ . Chaque spire a une hauteur  $h$  et est comprise entre les rayons  $a$  et  $b = a+h$ . D'après le cours, les lignes de champ magnétique sont des cercles d'axe  $Oz$ . Calculer l'inductance propre de cette bobine.

Réponse :  $L = \mu_0 / 2\pi N^2 h \ln(b/a)$ .



### Exercice 5 : Induction dans une barre mobile

Révision rail de Laplace

On considère une tige glissant sans frottements sur deux rails parallèles et horizontaux, distants de  $b$  et connectés à une extrémité.

Le circuit a une résistance  $R$  ; il est plongé dans un champ perpendiculaire au plan des rails, uniforme et permanent  $B$ . On éloigne la barre de l'extrémité du circuit à une vitesse  $v$  constante.

On donne  $B = 0,8 \text{ T}$  ;  $b = 0,1 \text{ m}$  ;  $v = 15 \text{ m.s}^{-1}$  ;  $R = 2\Omega$ .

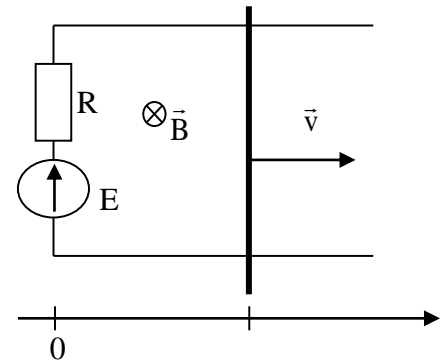
a) Indiquer sans calcul le sens de circulation du courant induit ; calculer la fém induite  $e$  et le courant induit.

b) Calculer la puissance électrique induite dans la barre.

c) Indiquer le sens et calculer la force nécessaire pour assurer le déplacement de la barre.

On insère dans le circuit un générateur de tension  $E = 1,4 \text{ V}$  ( figure ) .

d) Déterminer le sens et la valeur de  $v$  pour annuler la puissance électrique induite dans la barre.



### Exercice 6 : Chute d'un cadre dans un champ non-uniforme

Un cadre de côté  $a$  est constitué d'un fil conducteur de résistance  $R$  et de masse  $m$  . Il est placé dans un plan vertical et l'on étudie sa chute dans un champ  $B$  perpendiculaire à son plan et d'expression :

$$\vec{B} = B_0(1 - b \cdot z)\vec{u}_x$$

où  $b$  est une constante positive et  $z$  une cote verticale comptée positivement vers le bas.

A  $t = 0$ , on lâche le cadre dont la vitesse est nulle et le côté supérieur à  $Z = 0$ .

a) Calculer, en fonction de la cote  $Z$  du côté supérieur du cadre, le flux d'induction  $\Phi$  dans le cadre.

b) Calculer, en fonction de  $dZ/dt$ , la f.e.m. d'induction  $e$ , l'intensité du courant  $i$ , et la résultante  $\vec{F}$  des forces électromagnétiques s'exerçant sur le cadre.

c) Ecrire et résoudre l'équation régissant le mouvement de chute du cadre. On posera  $\alpha = Rm / b^2 a^4$ .

### Exercice 7 : Deux tiges liées par un ressort

On considère deux tiges métalliques de longueur  $a$ , de masse  $m$ , de résistance  $r$ , reliées par un ressort de constante  $k$  et de longueur à vide  $2l_0$ . Elles glissent sans frottement sur deux rails horizontaux, sans résistance, écartés de  $a$  et parallèles.

A  $t = 0$ , on lâche, avec une vitesse initialement nulle, les barres écartées de  $l_1 = 2(l_0 + l_1)$ , dans un champ magnétostatique uniforme  $B$ , perpendiculaire au plan de la figure.

a) Quel est le mouvement du centre de masse  $G$  du système ?

b) Déterminer le mouvement des deux barres.

On notera  $x = GG_1$  ;  $2\lambda = a^2 B^2 / mr$  ;  $\omega_0 = \sqrt{2k/m}$  ;  $\lambda < \omega_0$  .

Réponse : les tiges ont un mouvement pseudopériodique amorti  $\Omega = \sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}$ .

