Questionnaire de révision de mécanique PCSI

1. Qu'est-ce qu'un repère (de quoi est-il constitué) ? A quoi sert un repère ?

2. Qu'est-ce qu'un référentiel ? Notamment, quelle est la différence entre un repère et un référentiel ?

3. Définir les référentiels suivants : héliocentrique (référentiel de Kepler), de Copernic, géocentrique, terrestre.

4. On considère un point M. Faire un schéma pour définir le repère cylindrique. On fera apparaître sur le schéma : l'origine et la base de projection, ainsi que les coordonnées repérant la position du point M.

5. Quelle est la différence (dans le cas ci-dessus) entre composantes du vecteur position et coordonnées de M ?

6. Donner l'expression du vecteur position dans le repère cartésien. <u>Etablir</u> par le calcul l'expression des vecteurs vitesse et accélération dans ce repère.

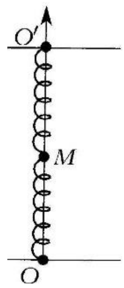
7. Idem en cylindrique (cas général). NB : seules les dérivées $\frac{d\overrightarrow{u_r}}{dt}$ et $\frac{d\overrightarrow{u_\theta}}{dt}$ sont à connaître par cœur, tout le reste doit être recalculé.

8. Refaire tout le calcul dans le cas d'un mouvement circulaire, en considérant tout de suite le rayon constant dans les calculs (ne pas s'en remettre au résultat de la question précédente).

9. On considère un point M en mouvement sur un support. Enoncer les lois de Coulomb du frottement solide. Que peut-on dire lorsque le point M quitte le support ?

10. Enoncer <u>précisément</u> les trois lois de Newton.

11. On considère un point matériel M attaché à deux ressorts identiques verticaux, de constante de raideur k et de longueur à vide l_0. Les points O et O' auxquels sont fixés les ressorts sont immobiles, et distants d'une longueur L. L'axe $\overrightarrow{e_z}$ est dirigé vers le haut. Donner l'expression :
    - ❖ de la force exercée par le ressort du haut sur M (en fonction de la longueur l_1 du ressort)
    - ❖ de la force exercée par le ressort du bas sur M (en fonction de la longueur l_2 du ressort)
    - ❖ de chacune des forces en fonction de la coordonnée z, l'origine étant prise en O



12. Enoncer le théorème de l'énergie cinétique (termes en joules). Du point de vue de la stratégie de calcul, quand invoque-t-on ce théorème en exercice (plutôt que d'appliquer la 2e loi de Newton) ?

13. Donner la relation entre la puissance $P(t)$ d'une force et son travail $W_{t_1 \to t_2}$ (évalué sur durée $\Delta t \stackrel{\text{def}}{=} t_2 - t_1$).

Que représente le travail d'une force ? (à choisir parmi les réponses suivantes, plusieurs réponses possibles)
- son « intensité »
- l'énergie reçue par le système
- l'énergie apportée par la force
- sa capacité à faire varier la quantité de mouvement du système

14. Que peut-on dire du travail de la force de pesanteur, et du travail de la force de rappel élastique ? Est-ce une propriété valable pour toute force ? Comment qualifie-t-on les forces possédant ces propriétés ?

15. Donner la relation générale entre l'énergie potentielle et la force associée (avec l'opérateur gradient)

16. Donner (sans démonstration) les expressions des énergies potentielles associées respectivement au poids et à la force d'un ressort. Préciser éventuellement les précautions à prendre pour pouvoir utiliser ces formules.

17. Enoncer le théorème de l'énergie mécanique (i.e. TEC avec notion d'énergie potentielle) sous deux formes : avec des termes en joules, et avec des termes en watts. Vaut-il mieux appliquer le TEM ou le TEC ?

18. Qu'est-ce qu'un « mouvement conservatif » ? Quelle propriété importante cela implique-t-il ?

19. Equilibre d'un point matériel soumis à des forces conservatives :
    - Définir (avec des mots) ce qu'est une position d'équilibre.
    - Définir (avec des mots) ce qu'est une position d'équilibre *stable*.

20. Connaissant l'expression mathématique de l'énergie potentielle :
    - quel critère permet d'identifier une position d'équilibre ?
    - quel critère permet d'identifier une position d'équilibre *instable* ?

21. Si l'on néglige les frottements, quelle est l'allure des oscillations d'un système autour d'une position d'équilibre stable ? Comment nomme-t-on ce type d'oscillateur ?

Dans les questions suivantes, on note M le point matériel de masse m, et $\vec{F}$ la force totale qui lui est appliquée.

22. Soient deux vecteurs $\vec{A}$ et $\vec{B}$ (les dessiner quelconques à partir du même point). Comment trouver avec *la main droite* la direction du vecteur $\vec{C} = \vec{A} \wedge \vec{B}$?

23. Définir le moment de la force $\vec{F}$ par rapport à un point O. Donner l'interprétation physique *précise* de cette grandeur (le moment cinétique étant un vecteur, il renferme trois informations, l'interpréter physiquement revient à préciser ces trois informations).

24. Définir le moment cinétique du point matériel par rapport à un point O. Donner l'interprétation physique *précise* de cette grandeur (trois choses à dire).

25. Pour le moment d'une force, on souhaite identifier le bras de levier sur un schéma :
    - dessiner le point matériel M, le point O et la force $\vec{F}$ qui lui est appliquée (positions des points quelconques, et le vecteur force dessiné arbitrairement dans le plan de la feuille)
    - identifier sur le schéma le bras de levier d_{force} relatif au moment de la force

Une fois d_{force} connu, quelle quantité peut-on déterminer facilement ? Comment procéder ensuite pour déterminer complètement le moment (vectoriel) de la force ?

26. Pour le moment cinétique, on souhaite identifier le bras de levier sur un schéma :
    (pas vu en PCSI, mais la méthode est similaire à celui du moment d'une force : il suffit de remplacer le vecteur force par le vecteur vitesse dans la méthode)
    - dessiner le point O, le point matériel M et son vecteur vitesse $\vec{v}$ (positions des points quelconques, et le vecteur vitesse dessiné arbitrairement dans le plan de la feuille)
    - identifier sur le schéma le bras de levier d_{mc} relatif au moment cinétique

Une fois d_{mc} connu, quelle quantité peut-on déterminer facilement ? Comment procéder ensuite pour déterminer complètement le moment cinétique (vectoriel) ?

27. Enoncer le TMC par rapport à un point.

Etablir l'équation différentielle du pendule simple à l'aide du TMC.

28. Solide en rotation autour d'un axe fixe :
    - Expliquer ce que représente le moment d'inertie. Donner son unité
    - Enoncer le TMC scalaire pour ce type de mouvement
    - Enoncer le TEC pour ce type de mouvement, en précisant la définition math de chaque terme
    - Que devient le TEC si le système est déformable ?

29. Définir ce qu'est une force centrale conservative (FCC). Quelle est la relation entre le vecteur force $\vec{F}$ et l'énergie potentielle E_p associée ? On représentera *sur un schéma* les coordonnées et le repère choisi pour exprimer cette relation.

30. Quelles sont les grandeurs conservées dans ce type de mouvement ? Démontrer ces lois de conservation. Citer deux conséquences d'une de ces lois.

31. Enoncer les trois lois de Kepler.

32. On considère un satellite en orbite circulaire autour de la Terre, orbite de rayon r_0 :
- Montrer que la vitesse angulaire est constante + Etablir la relation entre $\|\vec{v}\|$ et r_0
- Etablir la relation entre E_m et r_0
- Etablir la relation entre E_m et E_p
- Etablir la 3ème loi de Kepler. Si le mouvement du satellite est parfaitement connu, que peut-on savoir à propos de la Terre ?

<u>Résolution d'équations différentielles du 2nd ordre à coefficients constants</u>

33. Rappeler l'équation différentielle de l'oscillateur harmonique. Donner un synonyme du mot « harmonique ». Donner par cœur la solution de cette équation différentielle.

34. Ci-dessous sont rappelées les trois écritures canoniques possibles d'une équation différentielle du 2nd ordre à coefficients constants, tous ces coefficients étant de même signe (régime linéaire stable d'un oscillateur).
En utilisant la 3e (facteur de qualité), et à l'aide du trinôme caractéristique et du signe de son discriminant, donner les trois régimes d'oscillation possibles (noms + formes mathématiques des solutions sans second membre). Ne pas chercher à déterminer la solution particulière, bien-sûr.

Trois *écritures canoniques* sont possibles, en introduisant un des trois couples de variables réduites :

- pulsation propre $\boldsymbol{\omega_0}$, facteur d'amortissement $\boldsymbol{\lambda}$ $\quad \dfrac{d^2u}{dt^2}+2\lambda\dfrac{du}{dt}+\omega_0{}^2u=2nd\ membre$
- pulsation propre $\boldsymbol{\omega_0}$, coefficient d'amortissement $\boldsymbol{\alpha}$ $\quad \dfrac{d^2u}{dt^2}+2\alpha\omega_0\dfrac{du}{dt}+\omega_0{}^2u=2nd\ membre$
- pulsation propre $\boldsymbol{\omega_0}$, facteur de qualité $\boldsymbol{Q}$ $\quad \dfrac{d^2u}{dt^2}+\dfrac{\omega_0}{Q}\dfrac{du}{dt}+\omega_0{}^2u=2nd\ membre$

35. A l'aide du trinôme caractéristique, intégrer l'équation différentielle suivante :
$$\ddot{x}-\omega_0^2x=0$$
(ne pas déterminer les constantes d'intégration, bien-sûr).

36. Soit l'équation $\ddot{x}+\frac{\omega_0}{Q}\dot{x}+\omega_0^2x=\frac{F}{m}\cos(\omega t)$. En introduisant la notation complexe, exprimer l'amplitude complexe $\underline{X}$ en fonction de F. En déduire l'amplitude X de la solution $x(t)$.