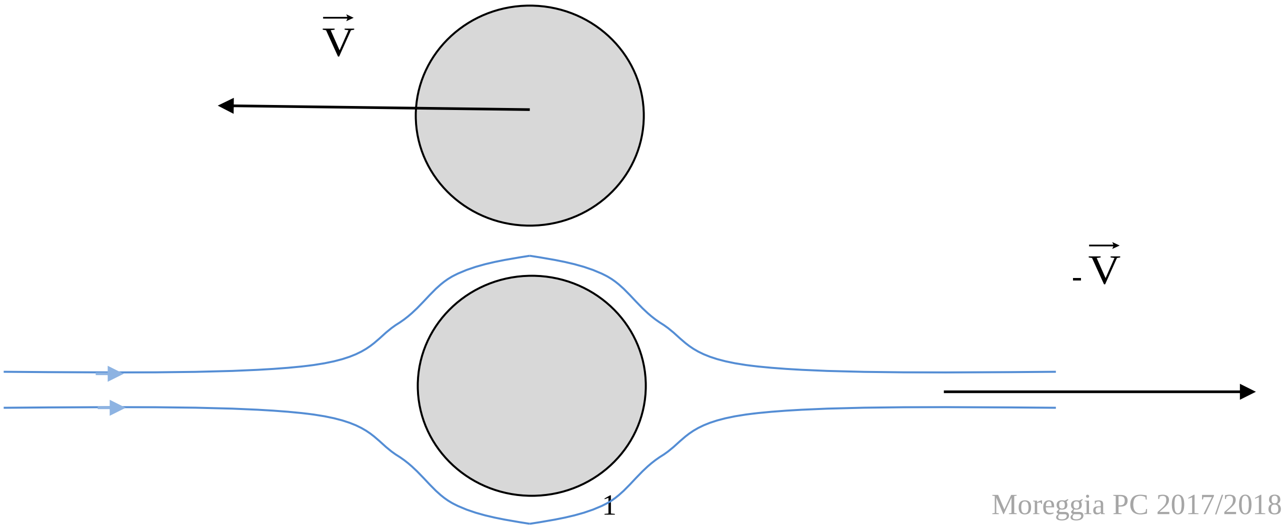
Mécaflu Chap.5 – Traînée d'une sphère solide

Intro :
Ce chapitre est uniquement descriptif, et permet d'introduire les notions de ***traînée*** et de ***portance***, particulièrement utiles par exemple dans le cas du vol d'un avion. On verra qu'ici encore le nombre de Reynolds permet de décrire toute une classe d'écoulement dont les vitesses, les dimensions, et les viscosités sont différents.
La description de ces écoulements externes autour d'un obstacle (avec les hypothèses incompressible et homogène) sera l'occasion d'introduire la notion de ***couche limite*** pour les écoulements à grand nombre de Reynolds. L'écoulement en-dehors de cette couche limite pourra alors être qualifié ***d'écoulement parfait***.

1. Etude de la traînée sur une sphère

1.1. Dispositif étudié

Considérons l'écoulement engendré par le mouvement rectiligne uniforme d'une sphère de rayon R dans un fluide, à la vitesse $\vec{V}$. Le problème est équivalent à celui d'un écoulement autour d'une sphère immobile. La vitesse du fluide, loin en amont et loin en aval de la sphère – notée $\overrightarrow{v_\infty}$ – vaut donc $\overrightarrow{v_\infty} = -\vec{V}$.



L'expérience montre que la sphère atteint une vitesse limite constante. Cela suggère l'existence d'une force autre que le poids et la poussée d'Archimède, et associée aux frottements du fluide sur la sphère (effet viscosité).
Avec les notations du schéma, le fluide exerce sur la sphère de diamètre d = 2R une force $\vec{F}$ dirigée selon le sens de l'écoulement, appelée ***Force de trainée***.

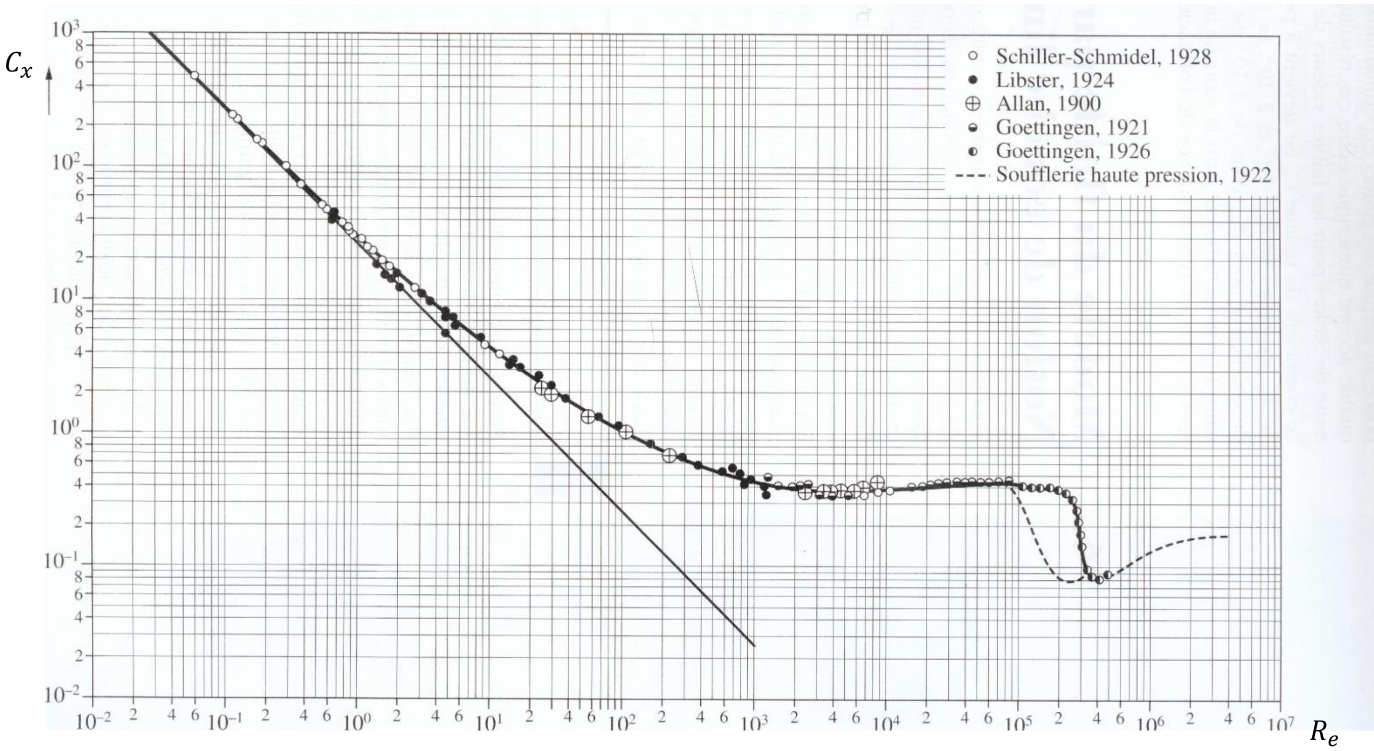
1.2. Courbe du coefficient de traînée C_x en fonction de R_e

Le nombre de Reynolds vaut $R_e = \frac{\rho v_\infty d}{\eta}$ ($d = 2R$ diamètre de la sphère et v_∞ vitesse du fluide loin de l'obstacle).
On note par la suite S la ***surface frontale*** de l'obstacle appelé ***maître-couple***, ici un disque de surface $S = \pi R^2$.

Comme le nombre de Reynolds R_e et le coefficient de perte de charge λ des chapitres précédents, on souhaite introduire un ***paramètre adimensionné*** représentant la force de traînée : C_x ***le coefficient de traînée.***

✪ Sachant que la force de traînée est proportionnelle au maître-couple, proposer une définition du C_x

L'expérience montre que l'évolution de la force de traînée avec la vitesse du fluide est universelle (indépendante du fluide et du matériau constitutif de la sphère) si elle est exprimée sous la forme $C_x = f(Re)$.



Cette courbe dépend de la forme de l'objet. Mais quelle que soit la forme de l'objet, les courbes de traînée ont globalement le même aspect. On peut repérer les deux comportements limites suivants.

- Pour des petits nombres de Reynolds $R \lesssim 1$, C_x est inversement proportionnel à R_e : $C_x = \frac{24}{Re}$.
- Pour de plus grands nombres de Reynolds, $10^3 \leq Re \leq 10^5$, C_x est constant. On a alors une dépendance quadratique de la force avec la vitesse ($C_x \sim 0{,}3 - 0{,}5$) :

❖ Dans ces deux cas extrêmes, déterminer l'expression mathématique de la force de traînée en fonction du rayon de la sphère, et interpréter physiquement le résultat.

Dépendance linéaire ou quadratique de la traînée
*Pour $R_e < 1$: la traînée dépend **linéairement** de la vitesse de l'objet*
*Pour $10^3 < R_e < 10^5$: la traînée dépend **quadratiquement** de la vitesse de l'objet*

Remarque : dans le premier cas (écoulements « rampants » $R_e \lesssim 1$), la loi donnant la force de traînée en fonction du rayon de la sphère se nomme ***loi de Stokes***. C'est l'expression des « frottements fluide » utilisée en PCSI.

Remarque : dans la zone intermédiaire $R_e \in [1 - 10^3]$, la dépendance avec la vitesse est moins simple.

❖ Dans les exos classiques de PCSI (balle lancée, boulet tiré, bille qui roule, bille attachée à un ressort, etc.), le modèle de traînée linéaire (Stokes) était-il valable ?

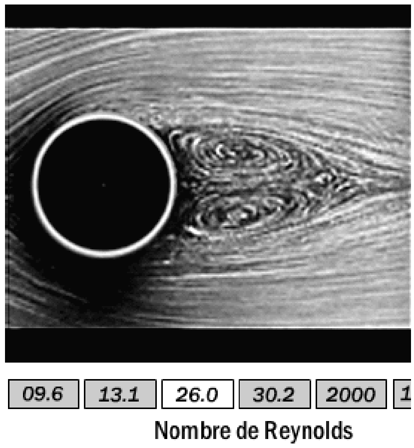
1.3. *(Complément)* Les deux origines de la force de traînée

La « cause première » de la traînée est la viscosité. Les calculs montrent qu'en l'absence de viscosité, la somme des forces de pression (seule force de contact restante) est nulle ! C'est le 'paradoxe de d'Alembert'.

Mais la force de traînée n'est pas simplement la résultante des forces de viscosité du fluide sur le solide en mouvement. On peut distinguer deux origines :

- la traînée de frottement
- la traînée de forme (ou « de pression »)

La première est la résultante des forces de viscosité du fluide sur le solide. La seconde est la résultante des forces de pression sur le solide. Parce que l'existence de la viscosité influe sur la forme de l'écoulement, la somme des forces de pression n'est pas nulle.



© Physical Society of Japan,
S. Taneda, J. Physical Society Japan **II**, 302 (19

L'exemple en photo ci-contre (cylindre dans un fluide) montre qu'un sillage existe derrière l'objet (lorsque la couche limite se décolle de l'objet). Dans ce sillage, le fluide « pousse moins » qu'en amont et la résultante des forces de pression tend aussi à freiner l'objet.

1.4. *(Complément)* Crise de traînée à haut R_e

Sur le graphe $C_x = f(R_e)$, on observe nettement une chute du coefficient de traînée pour $R_e \sim 2\,10^5$: c'est la ***crise de traînée***. Quelques explications ci-dessous (la notion de couche limite est abordée dans la partie 2).

Le décollement peut apparaître dans les couches limites laminaires ou turbulentes. Toutefois, à cause de la quantité de mouvement plus élevée, les couches limites turbulentes résistent mieux au décollement que les couches limites laminaires : pour la même forme ou le même gradient de pression, le décollement se produit plus en aval que dans le cas d'une couche limite laminaire.

Ici nous voyons comment l'ajout d'un fil autour d'une sphère induit une transition de la couche limite à la turbulence, et déplace la ligne de séparation vers l'arrière de l'obstacle, réduisant le diamètre du sillage et donc finalement la traînée.

Ce fait bien connu peut être utilisé dans de nombreuses applications, comme les fossettes des balles de golf et les systèmes de génération de turbulence sur certaines ailes d'avions.

© ONERA

D'après ces explications, une couche limite turbulente implique un sillage plus étroit et diminue donc la traînée de forme (plus qu'elle n'augmente éventuellement la traînée de frottement).

2. Ecoulement parfait et couche limite

2.1. Notion de couche limite

Dans un écoulement à grand nombre de Reynolds, la convection l'emporte sur la viscosité. Cependant, les termes de viscosité ne peuvent pas être complètement négligés. Proche des parois délimitant l'écoulement, la vitesse varie rapidement dans une petite zone de l'espace, appelée ***couche limite***. D'une vitesse nulle sur la paroi, celle-ci évolue progressivement pour devenir égale à celle de l'écoulement. Cette évolution est d'autant plus rapidement que R_e est grand.

Cette forte variation spatiale de la vitesse dans la couche limite rend les effets de la viscosité importants dans cette zone

2.2. Epaisseur de la couche limite en fonction de R_e

Lorsque la couche limite est laminaire, son épaisseur caractéristique δ est de l'ordre de $\delta = \frac{L}{\sqrt{Re}}$, où L est la dimension de l'obstacle dans le sens de l'écoulement.

Démonstration :
On considère une plaque d'épaisseur négligeable et de longueur L. Le fluide s'écoule parallèlement à la plaque. La couche limite se forme progressivement lors de l'écoulement le long de la plaque : ***à dessiner***.

- ❖ L'épaisseur δ de la couche limite est la zone du fluide sur laquelle s'est propagé le transfert de quantité de mouvement par diffusion. Cette propagation s'est effectuée pendant la durée τ mise par le fluide à parcourir la plaque dans le sens de la longueur. Exprimer ce temps en fonction de la vitesse du fluide et de la longueur de la plaque.
- ❖ Exprimer la distance δ de diffusion en fonction de τ et de la viscosité cinématique.
- ❖ En déduire la relation à démontrer.

2.3. Définition d'un écoulement parfait

Définition d'un écoulement parfait
Un ***écoulement parfait*** est un écoulement dans lequel ***tous les phénomènes diffusifs***, en particulier la ***viscosité***, sont ***négligeables*** ; les particules de fluides évoluent de manière *adiabatique* et *réversible*, donc *isentropique*.

Il est cohérent de négliger conjointement tous les phénomènes diffusifs, car ils ont en commun le même moteur : l'agitation thermique et le transport d'une grandeur physique (énergie, quantité de mouvement, molécules) par les (mêmes) molécules du fluide.

On ne confondra pas « écoulement parfait » et « fluide parfait ». Dans ce dernier cas, on suppose que le fluide a une viscosité nulle. C'est un modèle simplifié qui revient à considérer la couche limite comme étant d'épaisseur nulle (ce qui revient à dézoomer, à la « regarder de très loin »). Ce modèle ne permet pas d'expliquer pourquoi un fluide initialement en mouvement s'immobilise de lui-même.

Le modèle de l'écoulement parfait, qui ne néglige la viscosité qu'en-dehors de la couche limite, peut expliquer cette observation. Cette distinction écoulement/fluide parfait n'apparaît pas dans tous les ouvrages.

Traînée d'une sphère solide en mouvement rectiligne uniforme dans un fluide newtonien : nombre de Reynolds ; coefficient de traînée C_x ; graphe de C_x en fonction du nombre de Reynolds ; notion d'écoulement laminaire et d'écoulement turbulent.	Évaluer un nombre de Reynolds pour choisir un modèle de traînée linéaire ou un modèle de traînée quadratique.