Chap.7 – Flux et circulation du champ magnétostatique
Théorème d'Ampère

Intro :
On admet ici deux propriétés essentielles du champ magnétostatique, relatives à son flux et à sa circulation. Ces propriétés sont radicalement différentes de celles du champ électrostatique.

Le Théorème d'Ampère concerne la circulation du champ sur un contour fermé. C'est un outil puissant pour déterminer le champ créé par une distribution de courant hautement symétrique. Il est au champ magnétostatique ce que le Théorème de Gauss est au champ électrostatique : il relie le champ à ses sources.

1. Le champ magnétostatique est à flux conservatif

On admettra la propriété très générale suivante :

*Le champ magnétostatique est un champ vectoriel à **flux conservatif** :*
***son flux à travers toute surface fermée est nul**.*

- Le long d'un tube de champ magnétique, montrer que le flux entrant à travers la face d'entrée du tube est égal au flux sortant à travers la face de sortie du tube.
- Comment interpréter alors l'écartement des lignes de champ magnétique sur une carte de champ ?

Remarque :
Cette propriété distingue radicalement le champ magnétostatique du champ électrostatique. Ce dernier n'est évidemment pas à flux conservatif, d'après le Théorème de Gauss. Son flux à travers une surface fermée n'est nul que si le volume intérieur à cette surface ne contient pas de charge. Dans le cas du champ magnétostatique, c'est une propriété générale, intrinsèque au champ, indépendamment de la présence ou non de courants.

2. Circulation du champ magnétostatique – Théorème d'Ampère

2.1. Orientation d'une surface s'appuyant sur un contour fermé orienté

On sait orienter une surface et un contour fermé. Lorsque l'on considère une surface (ouverte) s'appuyant sur un contour fermé, on choisit conventionnellement ***d'associer** les orientations du contour et de la surface*.

> *L'orientation d'une surface (ouverte) s'appuyant sur un contour fermé*
> *est conventionnellement* ***associée*** *à l'orientation du contour* ***par la règle du tire-bouchon***.

2.2. Enoncé du Théorème d'Ampère

On admet la propriété suivante, qui relie la circulation du champ magnétostatique sur un contour fermé à l'intensité totale qui traverse la surface s'appuyant sur le contour :

> ***Théorème d'Ampère***
>
> *La circulation du champ magnétostatique sur un* ***contour fermé orienté*** *Γ*
> *est directement reliée à l'intensité totale* $\sum I_{enlacé}$ *traversant toute* ***surface orientée*** *s'appuyant sur le contour :*
>
> $$\oint_{M\in\Gamma} \vec{B}(M)\cdot\overrightarrow{dOM} = \mu_0 \sum I_{enlacé}$$
>
> *Les intensités* $I_{enlacé}$ *sont* ***algébriques****,*
> *comptées positivement si le courant est orienté dans le même sens que la surface.*

Commentaires :

- Avant d'appliquer le Théorème d'Ampère, il faut repérer un contour, l'orienter, puis repérer une surface s'appuyant sur le contour, et l'orienter grâce à la règle du tire-bouchon.

- Le choix de la surface n'a pas d'influence sur le décompte des « intensités enlacées par le contour». On choisira toujours la surface la plus simple.

- D'après ce théorème, *il est évident que le champ magnétostatique n'est pas à circulation conservative !!* La circulation du champ magnétostatique sur le contour fermé est nulle seulement si aucun courant n'est enlacé par le contour. Cela le distingue nettement du champ électrostatique, pour qui la circulation est toujours nulle sur un contour fermé, indépendamment de la présence de charge (propriété générale, intrinsèque au champ).

- On rappelle que le point *O* est un point quelconque de l'espace, choisi comme origine pour repérer la position de tout point *M* appartenant au contour. $\overrightarrow{dOM}$ représente le déplacement élémentaire le long du contour, on le note parfois simplement $\overrightarrow{d\ell}$.

- S'il existe des courants volumiques enlacés par le contour, l'intensité « enlacée » correspondante s'écrit :

  $$I_{enlacé} = \iint_S \vec{j}\cdot\overrightarrow{dS}$$

  où *S* est la surface considérée s'appuyant sur le contour, et orientée selon la règle du tire-bouchon.

- Le Théorème d'Ampère est au champ magnétostatique ce que le Théorème de Gauss est au champ électrostatique : un outil puissant pour déterminer le champ créé par des distributions hautement symétriques.

2.3. Méthodes pour calculer le champ magnétostatique en tout point de l'espace

On cherchera généralement à déterminer l'expression du champ magnétostatique en un point M quelconque de l'espace où il est défini.

Méthode théorème d'Ampère (***préférable*** *si la distribution de courant est « hautement symétrique »)*

1. Repérer les invariances de la distribution de courant, source du champ, *pour déterminer la* ***dépendance*** *du champ par rapport aux* ***coordonnées*** *du point* M. Il faut définir au préalable un système de coordonnées approprié aux symétries de la distribution de courant.

2. Repérer les symétries (ou antisymétries) planes de la distribution de courant, source du champ, *pour déterminer la* ***direction*** *du champ magnétique au point M*. *Ces plans doivent contenir le point M*.

3. Définir un « contour d'Ampère », *passant par le point M*, et sur lequel la circulation du champ magnétique est facile à calculer (champ tangentiel ou orthogonal au contour).

4. Appliquer alors le théorème d'Ampère. Grâce aux étapes précédentes, le calcul de la circulation est généralement très simple si la distribution de courant est « hautement symétrique ».

Méthode « directe », Biot et Savart :

A chaque fois que cela est possible, on détermine la direction du champ et sa dépendance avec les coordonnées du point M, grâce aux *invariances* et *symétries*, et ce *avant tout calcul*.

Ensuite, comme au chapitre précédent, on calcule directement le champ à partir par calcul d'intégrale. Cela donne souvent des calculs compliqués. *On évitera si possible d'utiliser cette méthode !!*

2.4. Exemple : Champ créé par un fil rectiligne infini

- Appliquer le Théorème d'Ampère pour déterminer le champ créé par un fil rectiligne infini.

On trouve bien-sûr le même résultat qu'au chapitre précédent (Biot et Savart).

3. Exemples de calculs du champ à l'aide du Théorème d'Ampère

3.1. Cylindre rectiligne infiniment long (courant volumique uniforme)

- Déterminer le champ créé en tout point de l'espace.

3.2. Solénoïde infini : champ en tout point de l'espace

- Etablir la relation entre le champ régnant à l'extérieur du solénoïde et le champ sur l'axe.

- Montrer que le champ est uniforme à l'intérieur du solénoïde.

- Deux possibilités alors pour déterminer le champ en tout point de l'espace :
  - on admet que le champ extérieur est nul.
  - on a établi au préalable le champ sur l'axe grâce à Biot et Savart.

3.3. Bobine torique

Un tore est une forme géométrique symétrique par rapport à un axe (Oz), et définie de la manière suivante. Un contour est dessiné dans le plan contenant l'axe (Oz). Sa rotation complète autour de (Oz) engendre un tore.

Si le contour est un cercle, le tore obtenu est à section circulaire. Si le contour est un rectangle, le tore obtenu est à section rectangulaire.

On considère une bobine torique circulaire, constituée par un ensemble de spires circulaires jointives parcourues par un courant *I*, chacune étant enroulée selon une section du tore.

- Exprimer le champ créé en tout point de l'espace, en fonction de *I* et du nombre total de spires *N*.

3.4. *(Complément)* Nappe de courant plane infinie, et courant surfacique sur cylindre

- Déterminer le champ créé par une nappe parcourue par un courant surfacique uniforme $\overrightarrow{j_S}$.

- Idem pour un cylindre parcouru en surface par un courant uniforme

Notions clefs

Savoirs :

- Champ magnétostatique est à flux conservatif
- Convention d'orientation d'une surface s'appuyant sur un contour fermé orienté
- Théorème d'Ampère (le champ magnétostatique n'est pas à circulation conservative)
- Etapes de la méthode de calcul du champ grâce au Théorème d'Ampère

Savoirs faire :

- Orienter une surface s'appuyant sur un contour fermé orienté
- Appliquer le Théorème d'Ampère pour calculer le champ créé par une distribution hautement symétrique
- Redémontrer tous les exemples étudiés