Chap.2 – Dynamique en référentiel non galiléen

Intro :
Comme on le verra, il est parfois intéressant d'étudier le mouvement d'un corps dans un référentiel non galiléen. La RFD, le TEC, le TEM et le TMC vus en PCSI n'y sont plus valables. On montre ici qu'il suffit d'introduire quelques termes supplémentaires pour les généraliser au cas non galiléen : les ***forces d'inertie***.

D'une certaine manière, en PCSI a été vue la mécanique newtonienne « restreinte » aux référentiels galiléens. On établit ici la mécanique newtonienne « généralisée » à tous les référentiels.

1. Principe de relativité de Galilée – Référentiels galiléens

1.1. Référentiels galiléens

L'énoncé minimal de la première loi de Newton postule ***l'existence d'au moins un référentiel galiléen***, défini comme étant un référentiel dans lequel ***le principe d'inertie est vérifié***. Celui qu'on identifie le plus facilement à notre échelle est le référentiel terrestre (bien qu'il ne soit pas parfaitement galiléen, on le verra).

A la suite de ce postulat, on peut se demander s'il existe plusieurs référentiels galiléens. La réponse est oui.
Il suffit de se reporter à la loi de composition des accélérations établie pour R_2 en TRU dans R_1 (paragraphe 5 chapitre précédent). Pour un point matériel M : $\vec{a}_{M/R_1} = \vec{a}_{M/R_2}$.
Ainsi, si le principe d'inertie est vérifié dans R_1, il l'est aussi nécessairement dans R_2.

La réciproque est vraie : si R_2 et R_1 sont tous deux galiléens, ils sont nécessairement en TRU l'un par rapport à l'autre. On démontre cela par contraposée : s'ils ne sont pas en TRU, alors la loi de composition des accélérations du chapitre précédent implique que le principe d'inertie n'est pas vérifié dans au moins un des deux référentiels.

Tous les référentiels galiléens sont en TRU les uns par rapport aux autres.

1.2. Enoncé du principe de relativité de Galilée

L'expérience et les réflexions de Galilée l'ont amené à énoncer son *principe de relativité*.

Principe de relativité de Galilée

On ne peut pas mettre en évidence ***par une expérience de mécanique un mouvement TRU d'un référentiel par rapport à un référentiel galiléen.***

Sous une forme équivalente, on peut dire aussi :

Les lois de la mécanique sont mathématiquement invariantes par changement de référentiel galiléen.

C'est-à-dire qu'elles ont la même formulation mathématique quand on change de référentiel galiléen. Elles sont valables pour tout référentiel galiléen.

1.3. La masse et les forces : des grandeurs invariantes

Pour que la RFD vérifie le principe de relativité de Galilée, il faut postuler que la masse et les forces sont des grandeurs invariantes par changement de référentiel. Elles sont ***absolues*** (i.e. on n'a pas besoin de préciser le référentiel pour en parler).

Les forces et la masse sont des grandeurs invariantes par changement de référentiel.

NB : Il existe d'autres grandeurs (ex : la charge électrique) invariantes par changement de référentiel.

1.4. *(Commentaire)* Principe de relativité d'Einstein

Pour que le principe de relativité soit satisfait pour les lois de la mécanique ***et les lois de l'électromagnétisme*** (équations de Maxwell, vues cette année), Einstein a été amené à généraliser le principe de relativité de Galilée à ***toutes les lois physiques*** : « *Les lois de la physique sont invariantes par changement de référentiel galiléen.* »

2. **RFD en référentiel non galiléen**

2.1. Pseudo-forces d'inertie

On considère un référentiel galiléen R_{1gal} et un référentiel quelconque R_2. En appliquant la RFD dans R_{1gal} et en utilisant la loi de composition des accélérations, on en déduit la relation entre les forces et l'accélération dans R_2.

On remarque que les termes supplémentaires sont homogènes à des forces, et qu'ils sont caractéristiques du mouvement de R_2 par rapport à R_{1gal}. On appelle ces termes supplémentaires ***les « forces » d'inertie***.
On distingue la ***force d'inertie d'entraînement*** et la ***force d'inertie de Coriolis***.

Remarque : ***Ce ne sont pas de vraies forces***, car elles ne traduisent ***pas une interaction entre deux corps***, contrairement à la gravitation, à la force électrostatique ou aux forces de contact.
Une autre manifestation de leur caractère « factice » : les forces d'inertie dépendent du référentiel dans lequel on étudie le mouvement d'un point matériel : ***elles ne sont pas invariantes par changement de référentiel***.

Dans un référentiel galiléen, les forces d'inertie n'existent jamais !!!!!

RFD en référentiel non galiléen

$$\vec{F} + \overrightarrow{F_{ie}} + \overrightarrow{F_{ic}} = m\vec{a}$$

On ne peut jamais se passer d'un référentiel galiléen

Il est ***indispensable*** *d'identifier un référentiel* ***galiléen***
dans lequel le référentiel non galiléen est en mouvement ***pour pouvoir déterminer les forces d'inertie***.

2.2. Exemple : équilibre d'un pendule dans un véhicule accéléré

Le passager d'un véhicule en translation rectiligne horizontale d'accélération constante a_0 étudie l'équilibre d'un pendule simple accroché au plafond du véhicule

- Déterminer la position d'équilibre θ_e du pendule dans le véhicule.

2.3. Exemple rotation : déplacement d'un individu sur un tourniquet

On considère un tourniquet en rotation uniforme autour d'un axe vertical fixe dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Un individu se tient initialement immobile sur le bord du tourniquet.

- Lorsque le tourniquet est immobile (ne tourne pas), quelles sont les forces ressenties par l'individu ?
- Lorsque le tourniquet tourne, et l'individu est immobile par rapport au tourniquet, quelles sont les forces ressenties par l'individu ? Les dessiner.
- Lorsque le tourniquet tourne, et que l'individu commence à se déplacer selon un rayon du tourniquet pour rejoindre le centre, quelles sont les forces ressenties par l'individu ? Les dessiner.

Dans le cas particulier d'un mouvement de rotation du référentiel non galiléen, la force d'inertie d'entraînement s'appelle la ***force centrifuge*** (ou axifuge).
On comprend aussi pourquoi on a tendance à tomber lorsque l'on se déplace sur un manège en rotation, on n'est pas habitué à tenir compte de la force de Coriolis.

On peut visualiser les forces d'inertie sur la deuxième partie de cette vidéo (vérifier Coriolis avec main droite) :
https://www.youtube.com/watch?v=49JwbrXcPjc
Est présenté aussi le mouvement d'un pendule vu depuis le tourniquet. La non-planéité du mouvement du pendule est une manifestation du caractère non galiléen du tourniquet. C'est une bonne analogie avec l'expérience célèbre du pendule de Foucault, qui met en évidence la rotation propre de la Terre, et le caractère (légèrement) non galiléen du référentiel terrestre. On y reviendra.

2.4. Exemple rotation : perle sur un cerceau en rotation

Une perle est enfilée sur un cerceau métallique de rayon a qui tourne à la vitesse angulaire constante ω autour d'un diamètre vertical. On néglige les frottements. On travaille dans le référentiel lié au cerceau.

- Faire un schéma, et définir le repère le plus approprié pour étudier le mouvement de la perle
- Faire le bilan des forces, et exprimer leur composante dans le repère choisi
- En déduire la (les) position(s) d'équilibre de la perle. Existent-t-elles toujours ?

- Appliquer la RFD, et la projeter de manière à obtenir l'équation différentielle du mouvement
- En déduire aussi l'expression de la réaction du support

3. TMC et TEC en référentiel non galiléen

3.1. Ajout des termes d'inertie dans le TMC

Dans un référentiel non galiléen, l'expression du TMC par rapport à un point / un axe est similaire à celle valable dans un référentiel galiléen ***à condition de tenir compte du moment des forces d'inertie***.

TMC vectoriel en référentiel non-galiléen

Soit A *un point* *fixe* *dans un référentiel R* ***non*** *galiléen, alors :*

$$\left(\frac{d\overrightarrow{L_A}}{dt}\right)_R = \overrightarrow{M_A}(\vec{F}) + \overrightarrow{M_A}(\overrightarrow{F_{ie}}) + \overrightarrow{M_A}(\overrightarrow{F_{ic}})$$

TMC scalaire en référentiel non-galiléen

Soit Δ *un axe orienté* *fixe* *dans un référentiel R* ***non*** *galiléen, alors :*

$$\left(\frac{dL_\Delta}{dt}\right)_R = M_\Delta(\vec{F}) + M_\Delta(\overrightarrow{F_{ie}}) + M_\Delta(\overrightarrow{F_{ic}})$$

3.2. Ajout du terme d'inertie d'entraînement dans le TEC

L'idée est la même pour la généralisation des théorèmes énergétiques en référentiel non galiléen. Les théorèmes restent valables à condition de tenir compte de la force d'inertie ***d'entraînement uniquement***.

La force de Coriolis ne travaille jamais*, car toujours orthogonale au vecteur vitesse.*

TEC en référentiel non-galiléen

Dans un référentiel R ***non*** *galiléen :*

$$\left(\frac{dE_c}{dt}\right)_R = P + P_{ie}$$

$$\Delta E_c = W + W_{ie}$$

$$\left(\frac{dE_m}{dt}\right)_R = P_{nc} + P_{ie}$$

$$\Delta E_m = W_{nc} + W_{ie}$$

On rappelle que le TEM n'est qu'une reformulation du TEC, où l'on a introduit la notion d'énergie potentielle lorsqu'il existe des forces conservatives. *En général, la force d'inertie d'entraînement n'est pas une force conservative, et l'on ne peut donc pas définir d'énergie potentielle associée*.
Dans le cas particulier d'un référentiel non galiléen en rotation uniforme par rapport à un axe fixe, on peut démontrer que la force axifuge dérive d'une énergie potentielle.

3.3. Exemple : équilibre d'un pendule dans un véhicule accéléré

- Traiter cet exemple en utilisant le TMC

4. Application : distinction entre pesanteur et gravitation

Dans toute cette partie, il nous faut supposer le référentiel géocentrique comme étant galiléen pour pouvoir étudier le caractère non galiléen du référentiel terrestre, à l'origine de la différence entre pesanteur et gravitation.

4.1. Référentiel terrestre

Soit O le centre de la Terre supposée sphérique. L'axe de rotation de la Terre est orienté du pôle sud vers le pôle nord, et la Terre tourne dans le sens positif autour de cet axe.
On se place en un point *O'* à la surface de la Terre dans l'hémisphère nord, à la latitude λ.

On définit un repère cartésien fixe par rapport au référentiel terrestre :
- d'origine *O'*
- d'axe $\overrightarrow{e_z}'$ dirigé de O vers *O'*
- d'axe $\overrightarrow{e_x}'$ dirigé vers l'Est
- d'axe $\overrightarrow{e_y}'$ dirigé vers le pôle nord

L'axe $\overrightarrow{e_z}'$ définit *la verticale locale*. La vecteur pointe vers le ***zénith***.
Rq : le vecteur de sens opposé pointe vers le *nadir*.

- Faire le schéma de la Terre et de son axe de rotation. Représenter son vecteur rotation $\vec{\Omega}$.
- Vu depuis le sol, le Soleil se lève à l'Est. Vérifier que l'on a orienté correctement ce vecteur rotation.
- Représenter le repère fixe par rapport au référentiel terrestre.

4.2. Pesanteur = gravitation + terme centrifuge

Définition du poids d'un corps

Le corps est ***suspendu à un fil*** *et* ***immobile dans le référentiel terrestre****.*
La tension du fil s'oppose à ce que l'on ***définit comme étant le poids*** *du corps.*

- Dans le référentiel terrestre, faire un bilan des forces sur la masse d'un fil à plomb à l'équilibre, la masse étant située sur l'axe $\overrightarrow{e_z}'$

Distinction pesanteur - gravitation

La pesanteur est la ***somme*** *du terme de* ***gravitation*** *et du terme* ***centrifuge****.*

Par conséquent, hormis aux pôles et à l'équateur, un fil à plomb ne pointe pas exactement vers le centre de la Terre. Sa direction ne suit pas la verticale locale. A nos latitudes, cela correspond à un écart angulaire de l'ordre de 0,2° à la verticale locale.

Concernant la norme du champ de pesanteur, elle diffère au maximum (à l'équateur) de 0,3% de la norme du champ de gravitation.

Remarque : Si en exercice, on étudie l'effet de la force de Coriolis dans le référentiel terrestre, on utilisera généralement le poids $\vec{P} = m\vec{g}$ directement, en prenant le champ de pesanteur selon la verticale locale.
Cela revient à assimiler la pesanteur à la gravitation, ***en négligeant la (faible) contribution du terme centrifuge***.

5. Compléments culturels

5.1. Les référentiels galiléens existent-ils ?

En considérant successivement les différents types de référentiels connus, il apparaît que les référentiels galiléens n'existent pas au sens strict du terme.

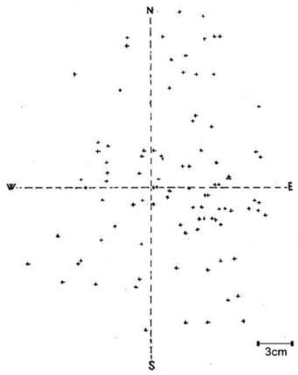
*Un référentiel est **galiléen si l'effet des forces d'inertie est négligeable** pour le mouvement étudié*
*Un référentiel est **galiléen si le principe d'inertie apparaît vérifié** compte tenu des **incertitudes expérimentales**.*

Remarque : En relativité générale (mécanique d'Einstein), en présence d'un champ de gravitation, un référentiel de chute libre est localement un référentiel galiléen (localement dans l'espace et localement dans le temps)

5.2. Quelques manifestations de la force de Coriolis dans le référentiel terrestre

❖ ***Déviation vers l'Est*** :
On lâche une bille depuis une hauteur *h* par rapport au sol. En s'appuyant sur un schéma de la Terre, montrer que lors de sa chute la force de Coriolis tend à dévier la bille vers l'Est, et ce quel que soit l'hémisphère (expérience de Reich, ci-contre)

Les plus connues sont celles réalisées par Ferdinand Reich dans un puits de mine à Freiberg (Saxe), sur une profondeur de 158,5 m [2]. Sur un total de 106 expériences il trouva une déviation moyenne vers l'Est de 2,8 cm, ce qui est égal à la valeur théorique. La dispersion des valeurs est pourtant grande (fig. 1) : maintes fois, la boule tomba même vers l'Ouest !



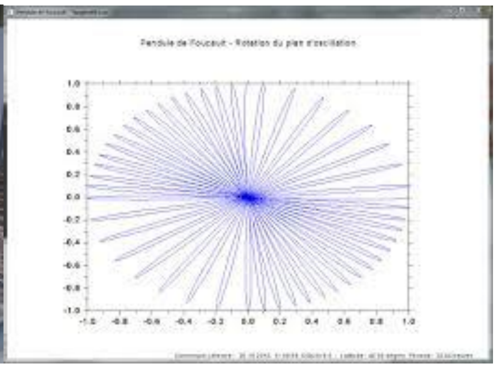
❖ ***Sens d'enroulement des masses nuageuses*** :
Le mouvement horizontal des masses d'air est dû aux différences de pression existant dans l'atmosphère. L'air se déplace des zones de forte pression vers les zones de basse pression. Associée aux forces de pressions, la force de Coriolis tend à dévier les masses d'air vers la droite du centre dépressionnaire dans l'hémisphère nord, générant ainsi un enroulement des masses nuageuses dans le sens direct. Dans l'hémisphère sud, l'enroulement se fait dans le sens horaire.

Remarque : Un évaluation numérique des forces de pression dans le cas de l'écoulement de l'eau dans un lavabo montre que la force de Coriolis est largement négligeable devant les forces de pression. Il faudrait que les pentes des parois du lavabo soient identiques au microradian près pour que la force de Coriolis puisse se faire sentir (ou alors se placer dans un bassin très large, où l'on puisse négliger les effets dus à la géométrie du récipient).

Plus de détails sur le site : [site ens Coriolis]

❖ ***Pendule de Foucault***
C'est une des expériences historiques de mise en évidence de la force de Coriolis due à la rotation de la Terre sur elle-même. Le plan d'oscillation du pendule simple tourne lentement au cours du temps, sous l'effet de la force de Coriolis (dans le sens horaire, car la masse est légèrement déviée systématiquement sur sa droite)

Une vidéo très bien faite (6 minutes) : https://www.youtube.com/watch?v=YhXLxc1hzxM

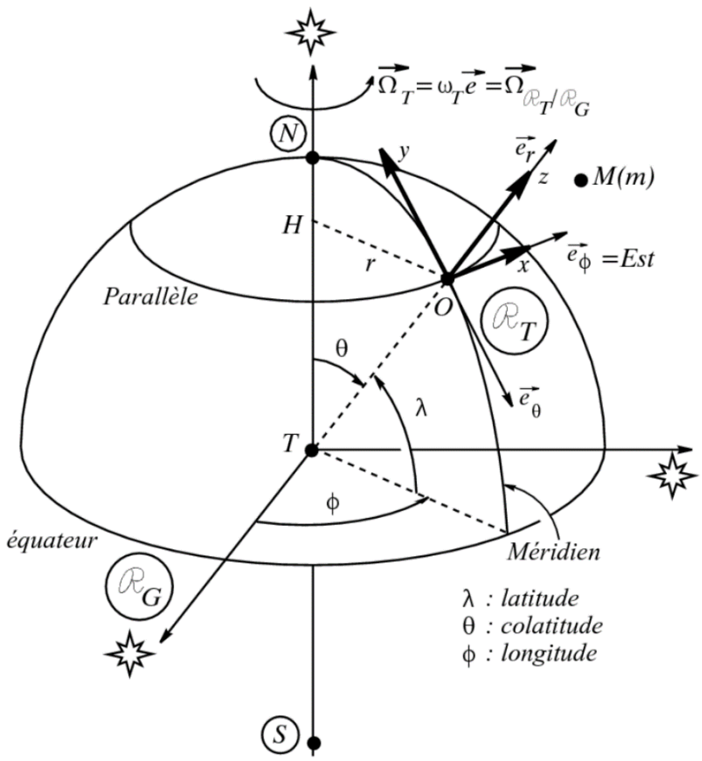
6. A retenir : tableau récapitulatif des deux chapitres

Loi de composition des vitesses
$\vec{v}_{M/R_1} = \vec{v}_{M/R_2} + \vec{v}_{R_2/R_1}$

Loi de composition des accélérations
$\vec{a}_{M/R_1} = \vec{a}_{M/R_2} + \vec{a}_e + \vec{a}_c$

	$\overrightarrow{v_e}$	$\vec{F}_{ie}$	$\overrightarrow{F_{ic}}$
R_2 en **translation**	**point coïncident** $\overrightarrow{v_e} = \left(\frac{d\overrightarrow{O_1O_2}}{dt}\right)_{R_1}$	**point coïncident** $\vec{F}_{ie} = -m\left(\frac{d^2\overrightarrow{O_1O_2}}{dt^2}\right)_{R_1}$	$\vec{F}_{ic} = \vec{0}$
R_2 **rotation unif** axe **fixe**	**point coïncident** $\overrightarrow{v_e} = \vec{\Omega} \wedge \overrightarrow{OM}$	**point coïncident** $\vec{F}_{ie} = m\omega^2\overrightarrow{HM}$	$\vec{F}_{ic} = -m2\vec{\Omega} \wedge \vec{v}_{M/R_2}$

<u>Complément</u> : notations usuelles pour le référentiel terrestre



Dans la partie « **Dynamique dans un référentiel non galiléen** », l'étude du champ de pesanteur est conduite en supposant le référentiel géocentrique galiléen. De nombreuses applications permettent d'illustrer cette partie : le pendule de Foucault, la déviation vers l'est, les vents géostrophiques, les courants marins ; l'étude statique des marées constitue également une ouverture pertinente.

Notions et contenus	Capacités exigibles
4.2. Dynamique dans un référentiel non galiléen	
Cas d'un référentiel en translation par rapport à un référentiel galiléen : force d'inertie d'entrainement.	Déterminer la force d'inertie d'entraînement. Appliquer la deuxième loi de Newton, le théorème du moment cinétique et le théorème de l'énergie cinétique dans un référentiel non galiléen.
Cas d'un référentiel en rotation uniforme autour d'un axe fixe dans un référentiel galiléen : force d'inertie d'entraînement, force d'inertie de Coriolis.	Exprimer la force d'inertie d'entraînement et la force d'inertie de Coriolis. Associer la force d'inertie d'entraînement axifuge à l'expression familière « force centrifuge ». Appliquer la deuxième loi de Newton, le théorème du moment cinétique et le théorème de l'énergie cinétique dans un référentiel non galiléen.
Champ de pesanteur terrestre : définition, évolution qualitative avec la latitude, ordres de grandeur.	Distinguer le champ de pesanteur et le champ gravitationnel. <u>Capacité numérique</u> : à l'aide d'un langage de programmation, illustrer un effet lié au caractère non galiléen du référentiel terrestre
Équilibre d'un fluide dans un référentiel non galiléen en translation ou en rotation uniforme autour d'un axe fixe dans un référentiel galiléen.	Établir et utiliser l'expression de la force d'inertie d'entraînement volumique.

NB : Cas fluide dans référentiel non galiléen sera traité très bientôt dans le chapitre de révisions de statique
NB2 : la capacité numérique sera travaillée plus tard dans l'année