

Introduction à la physique du LASER

1. Présentation rapide de la constitution d'un LASER

2. Interaction rayonnement/matière – Milieu amplificateur

- 2.1. Niveaux énergétiques d'un atome
- 2.2. Transitions radiatives entre deux niveaux d'énergie
- 2.3. Probabilités de transition : coefficients d'Einstein
- 2.4. Milieu amplificateur : nécessité d'une inversion de population – Pompage
- 2.5. (Limite programme) Largeur de raie

3. Propriétés optiques d'un faisceau spatialement limité

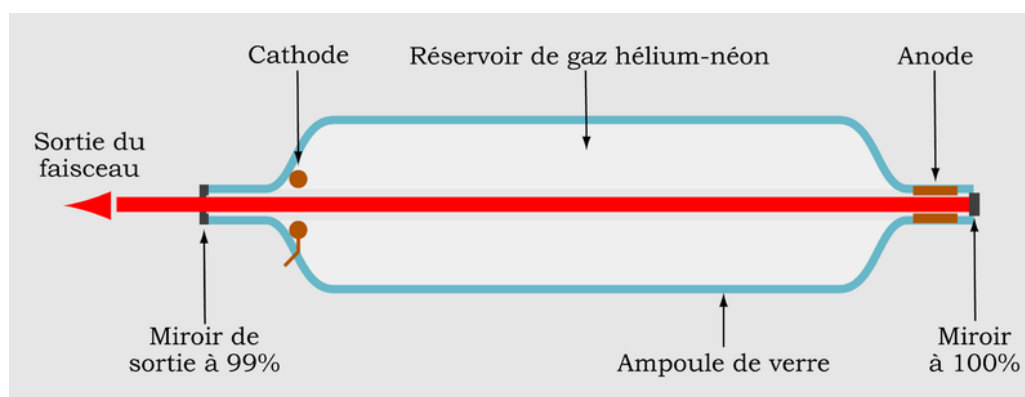
- 3.1. Description simplifiée d'un faisceau gaussien
- 3.2. Rôle de la diffraction dans l'ouverture angulaire du faisceau à grande distance
- 3.3. Transformation d'un faisceau cylindrique en faisceau conique et inversement

Intro : Ce chapitre est essentiellement descriptif. L'effet LASER est fondamentalement une amplification de la lumière. On présente donc comment réaliser un *milieu amplificateur*.

On décrit ensuite la géométrie du faisceau d'un laser (étudiée en TP), et l'on étudie l'effet d'une lentille CV sur la section et la divergence angulaire du faisceau.

1. Présentation rapide de la constitution d'un LASER

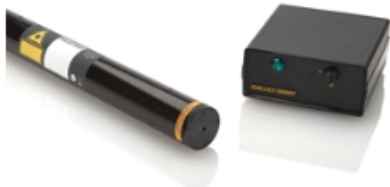
LASER signifie Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation (en français : amplification de la lumière par émission stimulée de rayonnement). On parle « d'effet laser ». Par abus de langage, on désigne aussi par « laser » les dispositifs émettant ce type de lumière spatialement et temporellement très cohérente.



Une source laser associe un milieu amplificateur à une cavité optique, encore appelée résonateur, généralement constituée de deux miroirs, dont au moins l'un des deux est partiellement réfléchissant : une faible partie de la lumière sort de la cavité et l'autre partie est réfléchie vers l'intérieur de la cavité laser.

Le milieu est amplificateur, au sens où il fournit de l'énergie à la lumière qui le traverse. Donc il doit par ailleurs être excité, i.e. recevoir un apport extérieur d'énergie, souvent par une décharge électrique. Le milieu amplificateur peut être gazeux (laser He-Ne en TP), liquide (laser à colorant), ou solide (laser à cristaux).

Pour le laser He-Ne du labo, les ordres de grandeur sont :

LHP (632.8nm) - 25-LHP-121		x
Power (mW)	2	Images:  Drawings and Specifications: i 05-LHP-121 Laser Head.pdf i 05-LPL-911-065 Power Supply.pdf
Wavelength λ (nm)	632.8	
Beam Diameter at 1/e ² Points (mm)	0.59	
Beam Divergence (mrad)	1.35	
Laser Head Dimensions: L x D (mm)	271.8 x 44.2	
Longitudinal Mode Spacing (MHz)	687	
Power Supply Dimensions: W x H x L (mm)	128.5 x 61.0 x 133.4	
Safety Classification	CDRH Class IIIa and IEC Class 3R	

La puissance surfacique est donc : $P = 4 \text{ kW.m}^{-2}$, et le champ électrique de l'ordre de $E = 1 \text{ kV.m}^{-1}$

2. Interaction rayonnement/matière – Milieu amplificateur

2.1. Niveaux énergétiques d'un atome

L'énergie des atomes prend des valeurs quantifiées.

Un niveau d'énergie i donné est caractérisé par :

- son énergie E_i
- sa dégénérescence g_i (nombre d'états quantiques de même énergie, ex : le niveau 2p est dégénéré 6 fois)
- le nombre d'atomes par unité de volume N_i possédant cette énergie, appelé **population** ;
- sa durée de vie τ_i

Conformément au programme, on se *restraint à des systèmes à deux niveaux*, non dégénérés.

A l'équilibre thermodynamique, la population de chacun des deux niveaux est proportionnelle au facteur de Boltzmann. Ainsi le rapport des populations s'exprime ainsi :

$$\frac{N_2}{N_1} = e^{-\frac{(E_2 - E_1)}{k_B T}}$$

où k_B est la constante de Boltzmann. Cette loi indique qu'à l'équilibre thermodynamique, ce sont les niveaux d'énergie les plus bas qui sont les plus peuplés, et que la température tend à homogénéiser les populations des deux niveaux.

2.2. Transitions radiatives entre deux niveaux d'énergie

Le passage d'un électron d'un niveau d'énergie E_2 à un niveau d'énergie $E_1 < E_2$ donne lieu à l'émission d'un photon tel que (c'est une simplification, cf. plus loin largeur de raie) :

$$E_2 - E_1 = h\nu_0$$

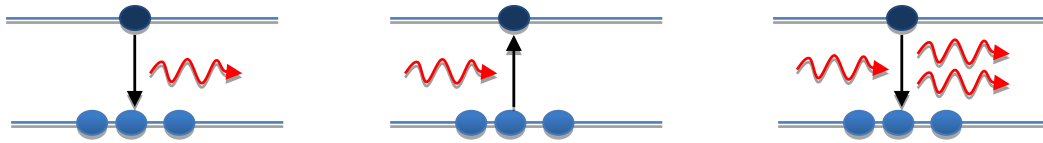
Cette émission peut se produire de deux manières :

- **émission spontanée** d'un photon de fréquence ν_0 ; un électron passe spontanément (sans intervention extérieure) du niveau E_2 au niveau E_1 . C'est un processus **aléatoire**
- **émission stimulée** (ou *induite*) d'un photon **provoquée** par un photon incident

Le passage d'un électron d'un niveau d'énergie E_1 à un niveau d'énergie $E_2 > E_1$ est provoqué par l'*absorption* d'un photon tel que :

$$E_2 - E_1 = h\nu_0$$

On représente les trois types de transition schématiquement par :



Différences entre les émissions spontanée et stimulée

Emission spontanée (ne dépend pas de l'intensité d'un éventuel rayonnement incident) :

- **direction** d'émission *aléatoire*
- **fréquence aléatoire** (très voisine de ν_0 , cf. plus loin « largeur de raie »)
- **retard de phase à l'émission** et **polarisation aléatoires**

Emission stimulée (dépend de l'intensité du rayonnement incident) :

- exactement la **même fréquence** que le photon incident
- **direction d'émission fixée** par la direction du photon incident
- **même retard de phase à l'émission, même polarisation**

C'est évidemment le processus d'émission stimulée qui réalise l'*amplification du rayonnement*, puisqu'un photon incident donne lieu en sortie à deux photons identiques.

2.3. Probabilités de transition : coefficients d'Einstein

Probabilité par unité de temps d'une transition $a \rightarrow b$

Pendant une durée dt , la variation de population provoquée par une transition $a \rightarrow b$ est **proportionnelle** à la durée dt et à la population N_a du niveau a de départ.

Le coefficient de proportionnalité définit la **probabilité $p_{\text{transition}}$** de transition **par unité de temps**

$$\begin{aligned} dN_a &\stackrel{\text{def}}{=} -N_a \times p_{\text{transition}} \times dt \\ dN_b &= -dN_a \end{aligned}$$

- ❖ Décliner cette définition pour les trois transitions possibles, en adaptant les notations
- ❖ Quelle est l'unité d'une probabilité par unité de temps ?

Coefficient d'Einstein A_{21} , B_{21} et B_{12}

$$\begin{aligned} \text{Emission spontanée} &: p_{sp} \stackrel{\text{def}}{=} A_{21} \\ \text{Emission stimulée} &: p_{st} \stackrel{\text{def}}{=} u(\nu_0) B_{21} \\ \text{Absorption} &: p_{ab} \stackrel{\text{def}}{=} u(\nu_0) B_{12} \end{aligned}$$

où $u(\nu_0)$ est l'**énergie électromagnétique par unité de volume et par unité de fréquence** (« densité spectrale d'énergie volumique », notée u_ν dans le cours sur le corps noir)

Dans le cas de niveaux non-dégénérés : $B_{21} = B_{12}$

- ❖ Justifier l'absence ou la présence du terme $u(\nu_0)$ dans les définitions des coefficients ci-dessus
- ❖ Préciser les unités des coefficients d'Einstein

Emission spontanée :

- ❖ Déterminer l'évolution temporelle de la population $N_2(t)$ du niveau excité dans le cas où seule l'émission spontanée existe (absence de rayonnement incident par exemple)
- ❖ En déduire une relation entre le temps de vie τ_2 de l'état excité et le coefficient A_{21}

2.4. Milieu amplificateur : nécessité d'une inversion de population – Pompage

- ❖ Exprimer la variation $\frac{dN_{ph}}{dt}$ du nombre de photons par unité de volume de la cavité, par unité de temps, en fonction des populations N_1 et N_2 , de la densité d'énergie électromagnétique (supposée indépendante de la position) $u(\nu_0)$ et des coefficients d'Einstein

Si la densité volumique (et spectrale) d'énergie électromagnétique est suffisamment grande dans la cavité (ce que l'on cherche à réaliser par construction), on peut alors négliger dans l'équation précédente l'émission spontanée devant les deux autres processus.

- ❖ En déduire que l'amplification du nombre de photons n'est possible que si $N_2 > N_1$

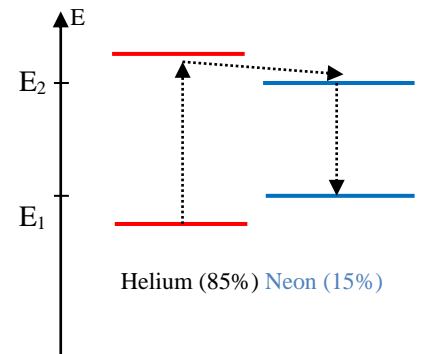
Inversion de population

*Pour que le milieu soit amplificateur de lumière, il faut réaliser une **inversion de population** : $N_2 > N_1$*

Or à l'équilibre thermodynamique, le niveau 1 est nécessairement le plus peuplé. Pour réaliser une inversion de population, il faut réaliser un « **pompage** », en **apportant de l'énergie** sous forme électrique ou optique.

Remarque hors-programme : l'inversion de population est impossible avec un système à deux niveaux, en effet quel que soit le procédé de pompage, en régime stationnaire : $\frac{N_2}{N_1} = \frac{u(\nu).B}{u(\nu).B+A} < 1$ (admis)

Afin de peupler le niveau E_2 du néon, on utilise un autre niveau d'énergie E_3 (dans le laser He-Ne, un niveau de l'atome d'He). Une décharge électrique haute tension provoque le remplissage du niveau E_3 , légèrement plus élevé que le niveau E_2 . Par **collisions**, les atomes de néon sont excités au niveau E_2 et réalisent l'inversion de population du néon.



2.5. (Limite programme) Largeur de raie

Les **niveaux d'énergie ont en réalité une certaine largeur** due :

- à la largeur « naturelle » associée à la durée d'un train d'onde (cf. modèle scalaire de la lumière), i.e. à la durée de vie de l'état excité (en quantique : 4^e relation Heisenberg)
- aux chocs : un choc provoque l'émission spontanée d'un photon, et raccourcit donc la durée de vie de l'état excité, donc la largeur naturelle
- à l'*effet Doppler* (principal effet dans le laser He-Ne)

La différence d'énergie ΔE entre les deux niveaux **n'est pas parfaitement fixée**, mais **distribuée autour d'une valeur centrale $h\nu_0$** .

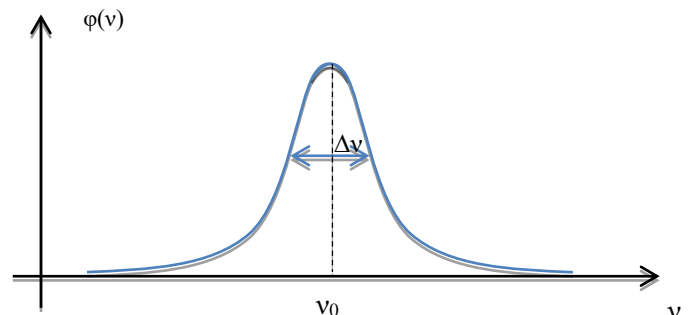
Il faut alors introduire un **profil de raie $\varphi(\nu)$** , qui représente la **probabilité que la transition atomique se fasse avec un saut $\Delta E = h\nu$** , par absorption ou émission de photon de fréquence ν

Le profil de raie est normé par :

$$\int_0^{\infty} \varphi(\nu) \cdot d\nu = 1$$

Ordre de grandeur pour le laser He-Ne :

$$\nu_0 = 4,7 \cdot 10^{14} \text{ Hz} \quad \text{et} \quad \Delta\nu = 1,5 \text{ GHz}$$



Il faut alors modifier l'expression des probabilités de transition, puisqu'elles ne doivent plus être écrites pour une fréquence unique ν_0 , mais pour toute fréquence ν . Il faut évidemment pondérer ces expressions par la probabilité

$\varphi(\nu)$ que la transition s'effectue à la fréquence ν considérée (probabilité d'autant plus grande que la fréquence est proche de la valeur ν_0). Les probabilités de transition deviennent donc des fonctions de la fréquence :

Emission spontanée : $p_{sp}(\nu) \stackrel{\text{def}}{=} \varphi(\nu)A_{21}$

Emission stimulée : $p_{st}(\nu) \stackrel{\text{def}}{=} u(\nu)\varphi(\nu)B_{21}$

Absorption : $p_{ab}(\nu) \stackrel{\text{def}}{=} u(\nu)\varphi(\nu)B_{12}$

Les expressions précédentes, données à ν_0 , apparaissent donc comme n'étant que des expressions à la résonance.

3. Propriétés optiques d'un faisceau spatialement limité

3.1. Description simplifiée d'un faisceau gaussien

L'onde laser est limitée spatialement ; elle ne peut être décrite par une onde plane homogène.

L'amplitude d'une onde se propageant selon Oz peut s'écrire :

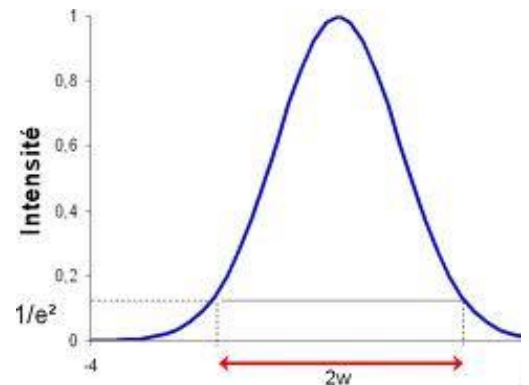
$$E(r, \theta, z, t) = f(r, \theta, z)e^{j(\omega t - kz)}$$

On admet qu'une solution pour l'intensité du faisceau est une gaussienne :

$$I(r, z) = I_0 e^{-\frac{2r^2}{w^2(z)}}$$

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{L_R}\right)^2}$$

avec la longueur de Rayleigh $L_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$



Ainsi, le spot laser (interception du faisceau par un écran) que l'on observe en TP correspond à une répartition gaussienne de l'intensité, décroissante à partir du centre du spot.

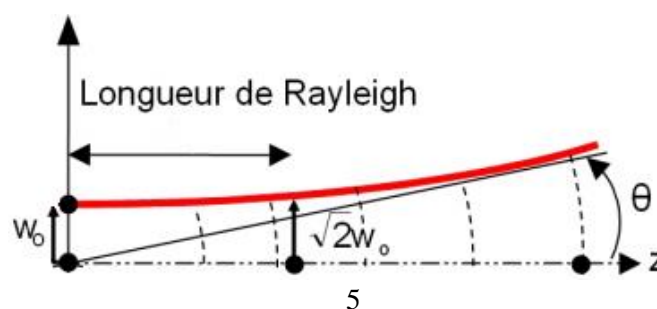
Le paramètre $w(z)$ peut être choisi pour caractériser **la largeur du spot**. Ce n'est pas une largeur à mi-hauteur, mais une largeur telle que $I(r = w) = I_0/e^2$. On pourra intuitivement l'assimiler au rayon visible du spot. Ainsi **la fonction $w(z)$ est représentative de l'extension transversale** du faisceau laser.

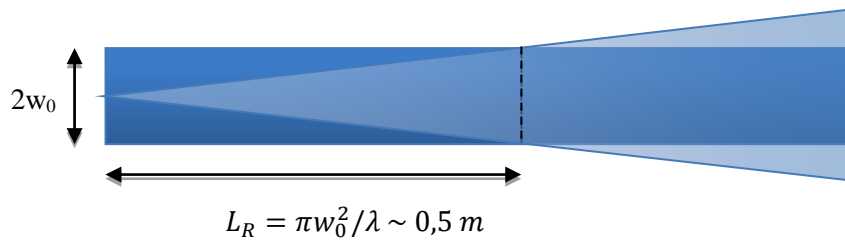
Ce **rayon est minimal pour $z = 0$** et sa dimension w_0 se nomme **le waist** (ceinture en anglais).

AN : pour le laser He-Ne : $w_0 = 0,3 \text{ mm}$

NB : $z = 0$ n'est pas forcément accessible en TP, car cette position peut se trouver dans la cavité

- ❖ Montrer que dans le cas $|z| \ll L_R$ le faisceau $w(z)$ est alors approximativement cylindrique, de rayon w_0
- ❖ Montrer que dans le cas $|z| \gg L_R$ le faisceau $w(z)$ est approximativement conique, centré sur $z = 0$. Déterminer son demi-angle au sommet
- ❖ Montrer que l'intersection de ces deux faisceaux asymptotiques a lieu en $z = L_R$. Quelle est le rayon du faisceau en cette position ?
- ❖ AN de L_R dans le cas du laser He-Ne





3.2. Rôle de la diffraction dans l'ouverture angulaire du faisceau à grande distance

D'après l'expression de l'angle $\theta = \frac{\lambda}{\pi w_0}$, on remarque donc que plus le waist est étroit, plus le faisceau diverge. C'est comme si le faisceau laser passait par un trou de la taille du waist : la divergence du faisceau émergent est dictée par la diffraction. Cela confirme ce que l'on a déjà dit en optique ondulatoire : la diffraction est toujours associée à la limitation transverse d'un faisceau.

- ❖ Faire une application numérique dans le cas du laser He-Ne
- ❖ Quelle serait la taille du spot si l'on visait la Lune avec le laser (380 000 km) ?

Faisceaux asymptotiques – Rôle de la diffraction

En deçà de la longueur de Rayleigh, le faisceau est approximativement cylindrique de rayon égal au waist. Au-delà, le faisceau est approximativement conique, centré sur $z = 0$ et de demi-angle $\theta = \frac{w_0}{L_R}$.

La diffraction permet de relier approximativement la divergence du faisceau et son waist :

$$\theta \sim \frac{\lambda}{2w_0}$$

($\theta = \frac{\lambda}{\pi w_0}$ en réalité)

Relations entre les différents paramètres w_0, L_R, θ

(λ supposée connue)

*Une fois l'expression de $w(z)$ donnée
et une fois invoqué le rôle de la diffraction : $\theta \sim \frac{\lambda}{2w_0}$,
alors la donnée d'un des paramètres permet de déterminer les deux autres.*

3.3. Transformation d'un faisceau cylindrique en faisceau conique et inversement

On interpose une lentille CV telle que $f'_1 \ll L_R$ dans la zone où le faisceau est cylindrique.

On admet alors les propriétés suivantes, qui donnent la méthode à suivre :

- le faisceau émergent est toujours gaussien (relations entre θ, w_0 et L_R sont encore valables)
- son asymptote conique se construit en suivant les lois de l'optique géométrique
- on en déduit donc la position du waist, et l'ouverture angulaire du faisceau émergent
- on déduit la dimension du waist à partir de l'ouverture angulaire

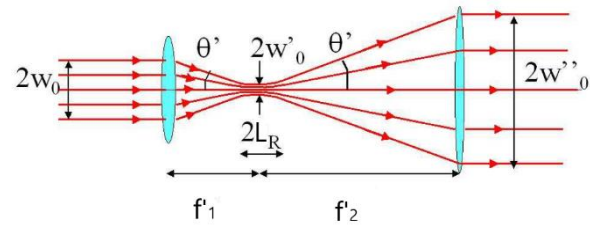
- ❖ Dessiner les faisceaux asymptotiques incident et émergent.
- ❖ En déduire l'allure des faisceaux gaussiens
- ❖ Déterminer la position du waist du faisceau émergent
- ❖ Déterminer son ouverture angulaire θ' et la dimension w_0' de son waist
- ❖ Pour vérifier que le faisceau est bien conique juste après la lentille, déterminer sa longueur de Rayleigh L_R'
- ❖ Pour rester dans les conditions de Gauss, on ne peut pas réaliser $f'_1 < w_0$. Au mieux $f'_1 \sim w_0$. En déduire la valeur minimale de w_0' . Que vaut alors l'ouverture angulaire ? Et la longueur de Rayleigh ?

Transformer un faisceau cylindrique en faisceau conique

*Il suffit d'interposer une lentille CV $f' \ll L_R$ dans la zone cylindrique du faisceau incident.
Le faisceau émergent est conique à la sortie de la lentille. Son waist est sur le foyer image.
Cela permet par exemple d'obtenir un waist de l'ordre de la longueur d'onde.*

En utilisant le retour inverse de la lumière, on voit bien comment transformer un faisceau conique en faisceau cylindrique : il suffit de placer le waist du faisceau sur le foyer principal F d'une lentille CV telle que $f' \gg L_R$.

C'est ce que l'on va étudier à présent, en partant du montage précédent pour réaliser un doublet afocal. On va montrer que le doublet permet alors de générer un faisceau laser de très faible ouverture angulaire.



$$\begin{vmatrix} w_0 \\ \theta \\ L_R \end{vmatrix} \xrightarrow{L_1} \begin{vmatrix} w'_0 \\ \theta' \\ L'_R \end{vmatrix} \xrightarrow{L_2} \begin{vmatrix} w''_0 \\ \theta'' \\ L''_R \end{vmatrix}$$

- ❖ En utilisant le retour inverse de la lumière, on peut utiliser les relations entre $\begin{vmatrix} w_0 \\ \theta \\ L_R \end{vmatrix}$ et $\begin{vmatrix} w'_0 \\ \theta' \\ L'_R \end{vmatrix}$ pour en déduire les

relations entre $\begin{vmatrix} w'_0 \\ \theta' \\ L'_R \end{vmatrix}$ et $\begin{vmatrix} w''_0 \\ \theta'' \\ L''_R \end{vmatrix}$

- ❖ Déterminer alors les rapports $\frac{\theta''}{\theta}$, $\frac{w''_0}{w_0}$ et $\frac{L''_R}{L_R}$.

NB : cette technique est utilisée pour réduire la divergence angulaire des lasers pointant vers la lune pour mesurer la distance Terre-Lune avec précision. Dans ce cas $\frac{f_2}{f_1} = 125$. Le spot avant transformation fait 12 mm, la longueur d'onde 532 nm et $\theta = 0,2 \text{ mrad}$. On trouve que la taille du spot sur la Lune est de l'ordre du km (125 fois plus petite comparée à l'absence de doublet, donc une puissance surfacique sur le sol lunaire 15000 fois plus grande)

La partie « **Introduction à la physique du laser** » est consacrée à une introduction modeste à la physique du laser. Une approche descriptive des milieux amplificateurs de lumière est d'abord proposée ainsi qu'une introduction descriptive simplifiée à l'optique des faisceaux spatialement limités, dont l'un des objectifs est de pouvoir déterminer la puissance surfacique disponible, à partir de la prévision des dimensions de la tache de section minimale dans des configurations optiques élémentaires. On se limite au mode fondamental gaussien.

Notions et contenus	Capacités exigibles
6.4. Introduction à la physique du laser	
6.4.1. Milieu amplificateur de lumière	
Absorption, émission stimulée, émission spontanée.	Distinguer les propriétés d'un photon émis par émission spontanée ou stimulée.
Coefficients d'Einstein.	Associer l'émission spontanée à la durée de vie d'un niveau excité. Utiliser les coefficients d'Einstein dans le cas d'un système à plusieurs niveaux non dégénérés.
Amplification d'ondes lumineuses par émission stimulée.	Justifier qualitativement la nécessité d'une inversion de population pour parvenir à amplifier une onde électromagnétique dans un laser.
6.4.2. Propriétés optiques d'un faisceau spatialement limité	
Description simplifiée d'un faisceau de profil gaussien : waist, longueur de Rayleigh, ouverture angulaire.	Justifier qualitativement l'inadéquation du modèle de l'onde plane pour décrire un faisceau laser. Utiliser l'expression fournie du profil radial d'intensité. Construire l'allure d'un faisceau de profil gaussien à partir de l'enveloppe d'un faisceau cylindrique et d'un faisceau conique. Exploiter qualitativement le phénomène de diffraction pour relier le waist et l'ouverture angulaire du faisceau à grande distance.
Transformation à l'aide d'une lentille d'un faisceau cylindrique en faisceau conique et réciproquement. Élargisseur de faisceau.	Déterminer la dimension et la position de la section minimale du faisceau émergent d'une lentille éclairée par un faisceau cylindrique.