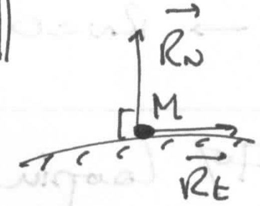
Bille dans gouttière

0. <u>Pas mvt</u> : $\|\vec{R_t}\| < f\,\|\vec{R_N}\|$

<u>Gliss^t</u> : $\|\vec{R_t}\| = f\,\|\vec{R_N}\|$



<u>Pas frott^t</u> : seul^t $\vec{R_N}$.

1. <u>syst</u> : bille <u>réf</u> : terrestre galiléen

$\dfrac{dE_m}{dt} = P_{nc}$
 $\hookrightarrow = 0$ car pas frott^t et $\vec{R_N}$ ne travaille pas.

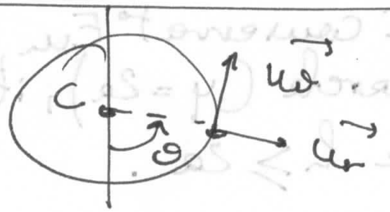
d'où $\boxed{E_m = C^{te} \text{ du tps}}$

2. <u>TEM entre O et A</u> : $E_m(O) = E_m(A)$

$\frac{1}{2} m \times 0 + mgh = \frac{1}{2} m v_0^2 + 0$ en prenant $E_{pp} = mgy$ avec origine au sol.

d'où $\boxed{v_0 = \sqrt{2gh}}$ (idem chute libre)

3.



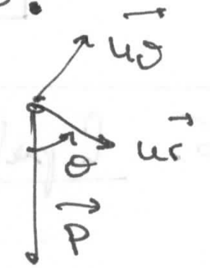
dans repère polaire $(C, \vec{u_r}, \vec{u_\theta})$:

$\vec{CM} = a\,\vec{u_r} \Rightarrow \boxed{\vec{v} = a\dot{\theta}\,\vec{u_\theta}}$

$\boxed{\|\vec{v}\| = a\,|\dot{\theta}|}$

4. $\vec{R_N}$ n'apparaît que dans PFD :

$m\vec{a} = \vec{R_N} + \vec{P}$ avec $\vec{P} = mg(\cos\theta\,\vec{u_r} - \sin\theta\,\vec{u_\theta})$



$\vec{R_N} = -R_N\,\vec{u_r}$

$\vec{a} = a\ddot{\theta}\,\vec{u_\theta} - a\dot{\theta}^2\,\vec{u_r}$

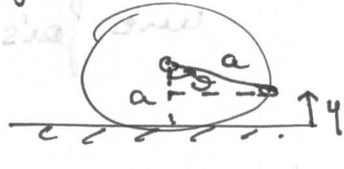
<u>selon $\vec{u_r}$</u> : $\boxed{R_N = ma\dot{\theta}^2 + mg\cos\theta}$

5. L'idée est donc de faire disparaître $\dot{\theta}$ des calculs :

$E_m(t=0) = E_m(t\,qcq)$

$mgh \qquad \frac{1}{2} m (a\dot{\theta})^2 + mgy$

avec $y = a - a\cos\theta$
$= a(1 - \cos\theta)$



d'où $\boxed{a\dot{\theta}^2 = 2g\frac{h}{a} + 2g(\cos\theta - 1)}$

alors $R_N = 2mg\frac{h}{a} + 2mg(\cos\theta - 1) + mg\cos\theta$

$$\boxed{R_N = mg\left(\frac{2h}{a} - 2 + 3\cos\theta\right)}$$

6. h petit : bille monte un peu dans le guide circulaire puis rebrousse chemin.

h gd : bille fait un looping

h intermédiaire : bille monte dans le guide puis décolle, pas assez rapide pour looping.

Critères (dans ordre ci-dessus) :

→ rebroust + pas décollage : $\|\vec{v}\| = 0$ une fois, et $R_N \neq 0$ $\forall t$

→ $R_N \neq 0$ $\forall t$ et $\|\vec{v}\| \neq 0$ $\forall t$

→ $R_N = 0$ lors décollage.

7) Looping $\Leftrightarrow$ $R_N \neq 0$ $\forall t$ et $\|\vec{v}\| \neq 0$ $\forall t$.

$R_N \neq 0 \Leftrightarrow \frac{2h}{a} - 2 + 3\cos\theta > 0$ $\underline{\forall\theta}$
$R_N > 0$
$\forall t$

$\Leftrightarrow h > a + \frac{3a}{2}\underbrace{\cos\theta}_{=1 \text{ est le cas le } + \text{ restrictif}}$ $\forall\theta$

$\Leftrightarrow \boxed{h > \frac{5}{2}a}$

Vérifions alors que $\|\vec{v}\| \neq 0$ $\forall t$:

$\frac{1}{2}mv^2 + mgy = mgh$

$\frac{1}{2}mv^2 = 0 \Leftrightarrow \underline{y = h}$ impossible,

car $y \leq 2a < \underbrace{2{,}5a}_{=h \text{ ici}}$.

8) Intuit° relative à conservat° Em : pour atteindre sommet cercle ($y = 2a$), il faut au minimum que $h \geq 2a$.