

Débit – Loi de conservation
Exemple : transport de masse

Débit

$$\delta m_{trav} \stackrel{\text{def}}{=} D_m dt$$

$$D_m \stackrel{\text{def}}{=} \iint_S \vec{j} \cdot \vec{dS}$$

$$\vec{j} = \rho \vec{v}$$

Loi conservation

« Augmentation du stock = ce qui entre – ce qui sort »

Écriture intégrale :

$$\frac{dm}{dt} = D_{me} - D_{ms}$$

Écriture locale (dérivée spatiale):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\vec{j}) = 0$$

Passage intégrale → locale

- Cas général : Th. Ostrogradski

$$\oiint_{S \text{ autour } V} \vec{A} \cdot \vec{dS} = \iiint_V \text{div}(\vec{A}) d\tau$$

- Cas unidirectionnel + unidimensionnel :
Application loi intégrale à une tranche
mésoscopique

GENERALISATION au transport de la grandeur « truc »

Débit D : $\text{truc} \cdot s^{-1}$

Débit surfacique \vec{j} : $\text{truc} \cdot s^{-1} \cdot m^{-2}$

Densité volumique ρ : $\text{truc} \cdot m^{-3}$

Si transport convectif, alors $\vec{j} = \rho \vec{v}$

- Signification de δm_{trav} à expliquer avec un dessin
Les significations des grandeurs D_m et \vec{j} s'en déduisent
- Le débit est une grandeur algébrique, conventionnellement orientée par la flèche de \vec{dS} sur un dessin
Si on connaît le sens du transport, on définit plutôt des débits positifs
- Interprétation de chaque terme de l'équation de conservation :
pour l'écriture intégrale
pour l'écriture locale
- L'énoncé du Th d'Ostrogradski nécessite un dessin
- Ces différentes notions réapparaissent dans tous les phénomènes de transport du programme :
masse, volume (mécaflu)
charge électrique
énergie (diffusion thermique, électromagnétisme, ondes sonores, etc.)
particules (diffusion particulaire)
courant de probabilité (physique quantique)